

A MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: CAPITALIZAÇÃO SIMPLES, CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA E SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO (PRICE E SAC)

Jezer Munhoz (IC) e Ariovaldo José de Almeida (Orientador)

Apoio: PIVIC Mackenzie

RESUMO

Este artigo trata sobre a inserção da matemática financeira no ensino médio, visto que é essencial para a formação de consumidores conscientes na era da informação e da tecnologia. O que se propõe é a inserção nos anos finais da educação básica conceitos essenciais de finanças que sejam suficientes para o pleno exercício da vida civil, subsidiando conhecimento suficiente para tomar decisões, por isso foram selecionados os conceitos de capitalização simples, capitalização composta e sistemas de amortização Price e SAC, os quais são os mais comuns de serem utilizados no cotidiano, tal como em operações em bancos. Foram expostos os conceitos a partir de referências bibliográficas especializadas em matemática financeira disponibilizadas na biblioteca eletrônica da Universidade Presbiteriana Mackenzie, inclusive quanto aos conteúdos educacionais que versam sobre a aplicabilidade da matemática nos anos finais da educação básica. Também foi verificado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a inserção desses conteúdos no ensino médio e como isso deve ser realizado. E, igualmente, foram utilizados exemplos com a finalidade de aplicar os conceitos no cotidiano, além de ser manuseado o software Wolfram Mathematica na obtenção de gráficos com os devidos códigos-fonte, visando mostrar que é possível utilizar softwares com linguagens de programação em salas de aula.

Palavras-chave: Matemática Financeira. Educação. Ensino médio.

ABSTRACT

This article deals with the insertion of financial mathematics in high school, as it is essential for the formation of conscientious consumers in the information and technology age. What is proposed is the inclusion in the final years of basic education essential concepts of finance that are sufficient for the full exercise of civil life, subsidizing enough knowledge to make decisions. Therefore, the concepts of simple capitalization, compound capitalization and systems of Amortization Price and Constant Amortization System, which are the most common to be used in everyday life, such as in bank operations. The concepts were exposed from bibliographical references specialized in financial mathematics available in the electronic library of Universidade Presbiteriana Mackenzie, including educational contents that deal with the applicability of mathematics in the final years of basic education. It was also verified in the

National Common Curriculum Base (BNCC) the insertion of these contents in high school and how this should be done. And, equally, examples were used in order to apply the concepts in everyday life, in addition to using the Wolfram Mathematica software to obtain graphics with the appropriate source codes, in order to show that it is possible to use software with programming languages in classrooms. classroom.

Keywords: Financial Mathematics. Education. High school.

1. INTRODUÇÃO

Diante da necessidade de os jovens e adultos se adequarem à atual realidade financeira, é preciso formar profissionais que tenham capacidade de refletir sobre as escolhas que envolvam suas finanças, pois há alta incidência de endividamento nos primeiros anos da juventude, período esse de descobertas no meio social e que precisam ser analisados com a finalidade de preparar pessoas reflexivas e autônomas.

Antes disso, é necessário tratar sobre alguns conceitos fundamentais da matemática financeira, trazendo suporte científico para inserir esses conhecimentos no ensino médio, sendo utilizados livros eletrônicos disponibilizados pela Universidade Presbiteriana Mackenzie que fundamentam essa pesquisa.

Para melhor exemplificar, foram obtidos gráficos pelo Wolfram Mathematica, por isso os códigos-fonte foram citados neste artigo. Com isso, o professor verá que é possível utilizar softwares matemáticos em sala de aula, sem a necessidade de utilizar linguagens mais avançadas, como a Python.

2. DESENVOLVIMENTO DO ARGUMENTO

A seguir estão alguns conceitos financeiros que sustentarão o desenvolvimento dessa pesquisa, sempre recorrendo aos materiais de excelente qualidade, mas que sejam acessíveis ao público em geral, pois é necessário que esses conhecimentos sejam de fácil acesso e compreensão ao público em geral.

2.1. Capitalização Simples

Na capitalização simples, os juros incidem sobre o capital inicial, mesmo que existam mais de uma capitalização, dessa forma a taxa é linear ou proporcional (HOJI, 2016, p. 21), ou seja, ao adquirir um produto pelo regime da capitalização simples, o consumidor pagará somente os juros que incidem sobre o capital inicial sem levar em consideração os juros de cada uma das parcelas.

As equações básicas utilizadas por esse regime, segundo Hoji (2016, p. 26) são:

$$M = C(1 + i * n)$$

$$J = C * i * n$$

$$C = \frac{M}{1 + i * n}$$

$$C = \frac{J}{i * n}$$

$$i = \frac{\frac{M}{C} - 1}{n}$$

$$i = \frac{J}{C * n}$$

$$n = \frac{J}{C * i}$$

Em que n é a quantidade de meses, i a taxa de juros mensal, C é o capital inicial, M é o montante e J são os juros. Quanto ao processo de capitalização simples, ela começa com o capital, a qual pode ser concebida pelo valor inicial – ou também conhecido como principal, valor atual ou valor presente – e, ao final, há o montante composto pelo valor inicial e os juros, também conhecido como capital acumulado ou valor futuro (HOJI, 2016, p. 28).

E, conforme Assaf Neto (2017, p. 11), “a taxa de juro incide somente sobre o principal, não ocorrendo ‘juros sobre juros’”, por isso esse método é comumente aplicado em operações financeiras de curto prazo.

2.2. Capitalização Composta

Segundo Puccini (2017, p. 35), o modelo de juros compostos consiste no cálculo sobre o saldo devedor ou credor de cada período, incluindo “os juros vencidos e não pagos”, significando no que é popularmente conhecido como juros sobre juros, fazendo com que exista a incidência, na parcela seguinte, os juros cobrados integralmente sobre a parcela anterior, remunerando o capital em cada período.

Para exemplificar esse conceito, Puccini (2017, p. 36) apresenta um exemplo claro de seu funcionamento, explicando que um investidor aplicou \$100.000,00 em um banco com prazo de 4 meses e taxa de juros de 1% ao mês, solicitando que o cálculo do saldo credor do investimento mês-a-mês. Analise-se a tabela fornecida pelo autor:

Tabela 01: simulação de investimento utilizando juros compostos

Mês	Saldo credor no início do mês	Juros do mês	Saldo credor no final do mês antes do pagamento	Pagamento do mês	Saldo credor no final do mês após o pagamento
1	100.000,00	1% × 100.000,00 = 1.000,00	101.000,00	0,00	101.000,00
2	101.000,00	1% × 101.000,00 = 1.010,00	102.010,00	0,00	102.010,00
3	102.010,00	1% × 102.010,00 = 1.020,10	103.030,10	0,00	103.030,10
4	103.030,10	1% × 103.030,10 = 1.030,30	104.060,40	104.060,40	0,00

Fonte: Abelardo de Lima Puccini

Através desse exemplo do autor, verifica-se o funcionamento dos juros compostos, os quais podem não ser interessantes aos egressos do ensino médio ao longo prazo, pois um financiamento com uma entrada menor pode resultar em uma grande dívida.

Um exemplo comum da população brasileira é um caso em que foi realizado um empréstimo de R\$8.000,00 (oito mil reais), pagos em 8 prestações de R\$2.014,40 (dois mil, quatorze reais e quarenta centavos), resultando em uma taxa de juros de 18,86% ao mês, pois:

$$\begin{aligned}
 PMT &= PV * \left\{ \frac{i}{[1 - (1 + i)^{-n}]} \right\} \\
 PMT &= 8.000,00 * \left\{ \frac{0,1886}{[1 - (1 + 0,1886)^{-8}]} \right\} \\
 &= 8.000,00 * \left\{ \frac{0,1886}{0,7489} \right\} \\
 &= 8.000,00 * 0,2518 \\
 &= R\$2.014,40
 \end{aligned}$$

Dessa forma, utilizando o Sistema Gerenciador de Séries Temporais (SGS) do Banco Central (BC) é possível verificar que a taxa média juros de crédito pessoal não consignado no mês de abril de 2020 estava em 5,32% a.m. Veja-se:

Imagem 01: Taxa média mensal de crédito pessoal não consignado.

Resultado da consulta de valores

O Banco Central do Brasil não assume nenhuma responsabilidade por defasagem, erro ou outra deficiência em informações prestadas em série temporal cujas fontes sejam externas a esta instituição, bem como por quaisquer perdas ou danos decorrentes de seu uso.

[Arquivo CSV](#)

Parâmetros informados	
Séries selecionadas	
25464 - Taxa média mensal de juros das operações de crédito com recursos livres - Pessoas físicas - Crédito pessoal não consignado	
Período	Função
01/04/2020 a 30/04/2020	Linear
Registros encontrados por série: 1	
Lista de valores (Formato numérico: Europeu - 123.456.789,00)	
Data	25464
mês/AAAA	% a.m.
abr/2020	5,32
Fonte	BCB-DSTAT

Fonte: Banco Central

Fazendo os cálculos é possível obter o valor de cada uma das oito prestações, como realizados a seguir:

$$PMT = 8.000,00 * \left\{ \frac{0,0532}{[1 - (1 + 0,0532)^{-8}]} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 &= 8.000,00 * \left\{ \frac{0,0532}{0,3394} \right\} \\
 &= 8.000,00 * 0,1567 \\
 &= R\$1.253,60
 \end{aligned}$$

Dessa forma, para que seja caracterizado juros abusivos, é necessário que a taxa cobrada exceda 1,5 vezes a taxas publicadas pelo Banco Central, conforme entendimento jurisprudencial nacional, o que no caso apresentado é aplicável, pois a simulação excede 3,54 vezes a taxa média. Observe-se:

APELAÇÃO CÍVEL. AÇÃO REVISIONAL DE CONTRATO. PEDIDO JULGADO PROCEDENTE, PARA LIMITAR OS JUROS REMUNERATÓRIOS A UMA VEZ E MEIA A TAXA MÉDIA DE MERCADO. APELO DA RÉ: JUROS REMUNERATÓRIOS. ABUSIVIDADE EVIDENCIADA. TAXA ESTIPULADA NO CONTRATO ACIMA DO DOBRO DA TAXA MÉDIA DE MERCADO À ÉPOCA DA CONTRATAÇÃO. HONORÁRIOS RECURSAIS. CABIMENTO. ART. 85, § 11, DO CPC. RECURSO NÃO PROVIDO. APELO DA AUTORA: UMA VEZ RECONHECIDA A ABUSIVIDADE DOS JUROS REMUNERATÓRIOS CONTRATADOS, É DEVIDA A SUA LIMITAÇÃO À TAXA MÉDIA DE MERCADO DIVULGADA PELO BANCO CENTRAL. RECURSO PROVIDO. (TJPR - 18ª C. Cível - 0010975-40.2018.8.16.0031 - Guarapuava - Rel.: Desembargador Espedito Reis do Amaral - J. 16.03.2020)

(TJ-PR - APL: 00109754020188160031 PR 0010975-40.2018.8.16.0031 (Acórdão), Relator: Desembargador Espedito Reis do Amaral, Data de Julgamento: 16/03/2020, 18ª Câmara Cível, Data de Publicação: 04/04/2020)

APELAÇÃO EM AÇÃO REVISIONAL. RELAÇÃO DE CONSUMO. CONTRATO DE FINANCIAMENTO DE VEÍCULO NÃO JUNTADO AOS AUTOS. INCIDÊNCIA DO CDC PACIFICADO NO STJ. ABUSIVIDADE DE JUROS. UTILIZAÇÃO DA CALCULADORA CIDADÃ. ABUSIVIDADE DEMONSTRADA POSTO QUE SUPERIOR A UMA VEZ E MEIA. ENTENDIMENTO DO STJ. ENQUADRAMENTO NA TAXA MÉDIA. MERA COBRANÇA DE JUROS ABUSIVOS QUE, POR SI SÓ, NÃO ATENTA CONTRA A DIGNIDADE DA PESSOA. DANO MORAL INEXISTENTE. SENTENÇA DE PARCIAL PROCEDENCIA MANTIDA. APELO NÃO PROVIDO. (Classe: Apelação, Número do Processo: 0517799-25.2016.8.05.0001, Relator (a): Sandra Inês Moraes Rusciolleli Azevedo, Terceira Câmara Cível, Publicado em: 22/02/2018)

(TJ-BA - APL: 05177992520168050001, Relator: Sandra Inês Moraes Rusciolleli Azevedo, Terceira Câmara Cível, Data de Publicação: 22/02/2018)

AGRAVO DE INSTRUMENTO. NEGÓCIOS JURÍDICOS BANCÁRIOS. AÇÃO REVISIONAL. TUTELA DE URGÊNCIA. TAXA DE JUROS CONTRATADA QUE NÃO SUPERA EM UMA VEZ E MEIA A MÉDIA DIVULGADA PELO BACEN, MOLDES A SE MOSTRAR ABUSIVA, CONFORME PRECEDENTES DESTA CÂMARA. AUSÊNCIA DE PROBABILIDADE DO DIREITO ALEGADO. RECURSO PROVIDO.

UNÂNIME. (Agravo de Instrumento Nº 70070440748, Décima Segunda Câmara Cível, Tribunal de Justiça do RS, Relator: Pedro Luiz Pozza, Julgado em 15/09/2016).

(TJ-RS - AI: 70070440748 RS, Relator: Pedro Luiz Pozza, Data de Julgamento: 15/09/2016, Décima Segunda Câmara Cível, Data de Publicação: Diário da Justiça do dia 19/09/2016)

APELAÇÃO CÍVEL – CONTRATOS DE EMPRÉSTIMO PESSOAL – CLÁUSULAS CONTRATUAIS DE JUROS - ABUSIVIDADE – JUROS PACTUADOS SUPERIORES À UMA VEZ E MEIO A TAXA MÉDIA – PRECEDENTE STJ – SENTENÇA MANTIDA. - Sintetizando o entendimento do Superior Tribunal de Justiça, a mera aplicação de juros acima da média de mercado não é capaz rotulá-lo como abusivo, sendo necessário que estejam uma vez e meia, dobro ou o triplo acima da taxa média indicada pelo Banco Central (REsp 1061530/RS, Rel. Ministra NANCY ANDRIGHI, SEGUNDA SEÇÃO, julgado em 22/10/2008, DJe 10/03/2009); - Ao analisar a modalidade contratual firmada entre as partes, qual seja empréstimo pessoal, e ao consultar o sítio eletrônico do banco central, tem-se que no mês de contratação do referido serviço (janeiro/2014) a média da taxa de juros praticada pelo mercado era 91,2% ao ano, enquanto a taxa do contrato era 148,28%; - Resta abusiva a taxa anual prevista no contrato supra indicado, motivo pelo qual me alinho ao pensamento exposto na sentença vergastada ao determinar a redução da taxa pactuada à taxa média de mercado. - RECURSO CONHECIDO E DESPROVIDO.

(TJ-AM - AC: 06035252820158040001 AM 0603525-28.2015.8.04.0001, Relator: Aristóteles Lima Thury, Data de Julgamento: 21/09/2020, Terceira Câmara Cível, Data de Publicação: 21/09/2020)

Outra equação comumente utilizada em juros compostos, segundo Puccini (2017, p. 41), é:

$$FV = PV(1 + i)^n$$

Em que *FV* significa valor futuro, *PV* representa o valor presente, *i* é a taxa de juros e, por último, *n* o período da capitalização, porém, como mostrado na equação, os termos estão em língua inglesa, sendo úteis quando do manuseio da calculadora HP 12C.

2.3. Exemplo

A partir desse modelo é possível exemplificar através de uma comparação com os juros compostos em que o valor da operação financeira é de R\$100,00 (cem reais), com juros de 21% a.m., com prazo de 15 dias e utilizando a equação $C(1 + i * n)$. Primeiramente é convertida a taxa de juros da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 &= \frac{0,21}{30} \\
 &= 0,007 * 100 \\
 &= 0,7\% a. d.
 \end{aligned}$$

Então é possível concluir que os juros cobrados do empréstimo são de R\$110,50 (cento e dez reais e cinquenta centavos), pois:

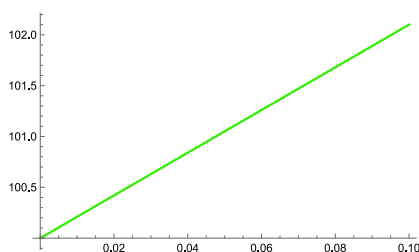
$$\begin{aligned}
 M &= C(1 + i * n) \\
 &= 100(1 + 0,007 * 15) \\
 &= 100(1,105) \\
 &= R\$110,50
 \end{aligned}$$

E utilizando esses mesmos dados nos juros compostos:

$$\begin{aligned}
 M &= C(1 + i)^n \\
 &= 100(1 + 0,021)^{0,5} \\
 &= 100 * 1.1 \\
 &= R\$110,00
 \end{aligned}$$

Dessa forma é possível verificar que os juros simples são mais rentáveis do que os compostos num primeiro momento, contudo, ao ser aumentado o período n , então os juros compostos são mais rentáveis. Se plotarmos a função dos juros simples no Wolfram Mathematica utilizando `Plot[100 * (1 + 0.21 * n), {n, 0, 10}]`, obtém-se:

Gráfico 01: juros simples



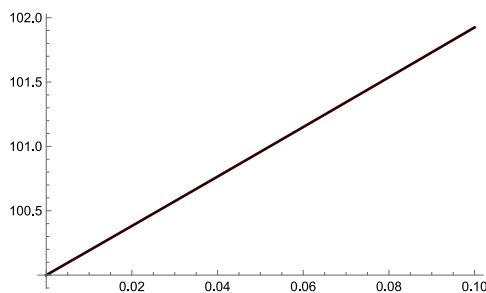
Fonte: autoria própria

Segue a linguagem de programação utilizada no gráfico anterior:

```
Plot[100(1 + 0.21n), {n, 0,0.1}, PlotStyle
→ Directive[RGBColor[0.2,0.9400000000000001,0.], Opacity[1. ], AbsoluteThickness[2. ]]]
```

Agora, se plotarmos a função dos juros compostos no Wolfram Mathematica utilizando `Plot[100 * (1 + 0.21)^n, {n, 0,10}]`, resulta em:

Gráfico 02: juros compostos



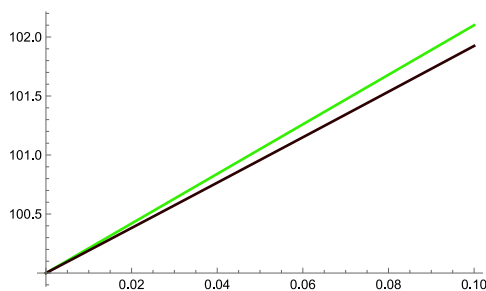
Fonte: autoria própria

Segue a linguagem de programação utilizada no gráfico anterior:

```
Plot[100(1 + 0.21)^n, {n, 0,0.1}, PlotStyle
→ Directive[RGBColor[0.18,0.,0.01], AbsoluteThickness[2. ]]]
```

De certa forma, ao comparar os gráficos, há um período em que é possível constatar que os juros simples têm crescimento mais rápido do que os juros compostos, como visto abaixo:

Gráfico 03: juros compostos e juros simples



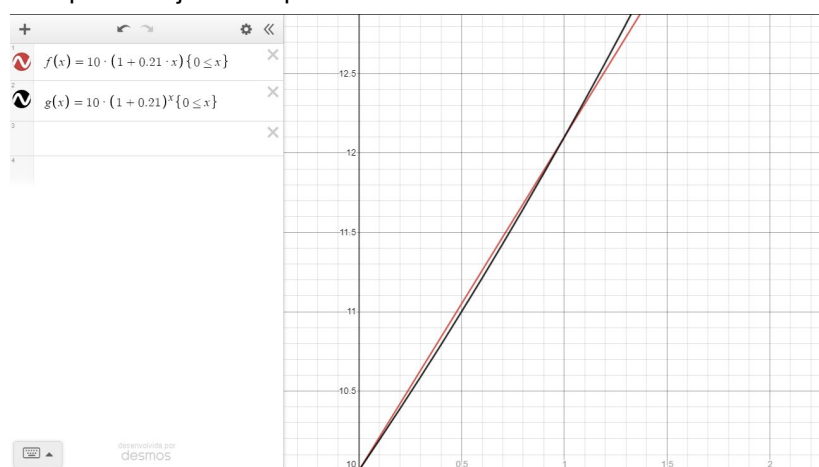
Fonte: autoria própria

Segue a linguagem de programação utilizada no gráfico anterior:

Show[%4,%6]

Utilizando o software Desmos para a equação $f(x) = 10 \cdot (1 + 0.21 \cdot x)$ e $g(x) = 10 \cdot (1 + 0.21)^x$ é possível observar o comportamento dos juros simples e juros compostos, tal como disposto o gráfico abaixo:

Gráfico 04: juros compostos e juros simples



Fonte: autoria própria

Analisando os gráficos, é possível verificar que após um período os juros compostos são mais rentáveis, por isso, em curto prazo, a melhor opção são os juros simples, contudo, caso se deseje economizar, os juros compostos são melhores para o consumidor nesse período do que os juros simples.

2.4. Sistemas de Amortização

Os diferentes sistemas de amortização são formas de pagar empréstimos, podendo ser realizado o resgate da dívida em uma parcela ou amortizar uma dívida em mais de um pagamento (DAL ZOT e CASTRO, 2015, p. 104).

Neste tópico serão expostos os pressupostos teóricos do Sistema Price e Sistema SAC com o objetivo de analisar sua aplicabilidade nos anos finais do ensino médio, visando a formação financeira dos jovens que entrarão no mercado de trabalho.

2.4.1. Price

No Sistema Price, os pagamentos são iguais e o valor de cada parcela é obtido por meio do cálculo de uma anuidade com a seguinte equação (DAL ZOT e CASTRO, 2015, p. 108):

$$R = P \frac{(i(1+i)^n)}{(1+i)^n - 1}$$

Abaixo está uma tabela que demonstra o funcionamento do Sistema Price em que “a coluna dos pagamentos deve ser a primeira a ser preenchida” (DAL ZOT e CASTRO, 2015, p. 108). Veja-se:

Tabela 02: simulação do Sistema Price

	Saldo inicial	Juros calc.	Saldo após juros	Pgto.	Amort.	Juros pagos	Saldo final
n	S_{n-1}	J_n	S_n^j	$R_n =$	$A_n +$	J_n	S_n
		$S_{n-1} \cdot i$	$S_{n-1} + J_n$	$A_n + J_n$			$S_n^j - R_n$
1	800,00	80,00	880,00	252,38	172,38	80,00	627,62
2	627,62	62,76	690,38	252,38	189,62	62,76	438,00
3	438,00	43,80	481,80	252,38	208,58	43,80	229,42
4	229,42	22,94	252,36	252,36	229,42	22,94	0
Totais		209,50		1.009,50	800,00	209,50	

Fonte: Wili Dal Zot e Manuela Longoni de Castro

Cada período do R_n é dividido em duas parcelas, sendo a primeira referente à amortização do principal e a segunda quanto aos juros. Por isto, “os juros devem ser pagos antes do principal” (DAL ZOT e CASTRO, 2015, p. 108). Observe-se:

Tabela 03: simulação do Sistema Price.

	Saldo inicial	Juros calc.	Saldo após juros	Pgto.	Amort.	Juros pagos	Saldo final
n	S_{n-1}	J_n	S_n^j	$R_n =$	$A_n +$	J_n	S_n
		$S_{n-1} \cdot i$	$S_{n-1} + J_n$	$A_n + J_n$			$S_n^j - R_n$
1	800,00	80,00	880,00	252,38	172,38	80,00	627,62
2	627,62	62,76	690,38	252,38	189,62	62,76	438,00
3	438,00	43,80	481,80	252,38	208,58	43,80	229,42
4	229,42	22,94	252,36	252,36	229,42	22,94	0
Totais		209,50		1.009,50	800,00	209,50	

Fonte: Wili Dal Zot e Manuela Longoni de Castro.

Quanto as demais linhas, elas seguem o mesmo procedimento, com o último pagamento igualado ao saldo e a diferença entre o saldo e a prestação calculada arredondado. Analise-se:

Tabela 04: simulação do Sistema Price

	Saldo inicial	Juros calc.	Saldo após juros	Pgto.	Amort.	Juros pagos	Saldo final
n	S_{n-1}	J_n	S_n^j	$R_n =$	$A_n +$	J_n	S_n
		$S_{n-1} \cdot i$	$S_{n-1} + J_n$	$A_n + J_n$			$S_n^j - R_n$
1	800,00	80,00	880,00	252,38	172,38	80,00	627,62
2	627,62	62,76	690,38	252,38	189,62	62,76	438,00
3	438,00	43,80	481,80	252,38	208,58	43,80	229,42
4	229,42	22,94	252,36	252,36	229,42	22,94	0
Totais		209,50		1.009,50	800,00	209,50	

Fonte: Wili Dal Zot e Manuela Longoni de Castro

Esse sistema consiste no emprego do Sistema Francês, porém a taxa de juros é expressa em termos nominais “e as prestações são expressas em períodos menores do que a taxa de juros”, assim “utiliza-se a taxa proporcional simples”, implicando que a taxa seja “maior para todo o horizonte financeiro” (ALMEIDA, 2016, p. 142).

A utilização de calculadoras e softwares que plotam os gráficos tem sido utilizada mais comumente ao longo dos anos, fazendo com que traga a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizando a experimentação (BORBA, 2016, p. 37).

Dessa forma, os estudantes têm a oportunidade de experimentar esses recursos, gerar conjecturas de forma escrita e oral, e ainda podem debater com seus colegas (BORBA, 2016, p. 38). Nesse processo, podem ser utilizados diversos softwares gratuitos disponíveis, tal como o Wolfram Alpha que tem em seu escopo a inteligência artificial.

Aqui não se está posicionando contra os materiais físicos, tais como livros didáticos, mas está-se verificando a viabilidade de utilizar programas computacionais que viabilizem o ensino ao novo público que se vê submerso em tecnologias constantemente. São adolescentes e jovens que possuem habilidade ímpar em manusear computadores e celulares, não podendo ser desperdiçadas essas habilidades.

Com a implementação desses recursos, deve haver práticas pedagógicas que possam harmonizar com as mídias informáticas “de modo a aproveitar as vantagens de suas potencialidades”, podendo ser vistas como uma possibilidade de experimentar, visualizar e coordenar as representações gráficas (BORBA, 2016, p. 44).

No caso do Sistema Price, o professor pode sugerir um problema que se assemelham com a realidade e que posteriormente façam o desenvolvimento matemático conjuntamente

com gráficos, gerando interpretações dos resultados obtidos pelos próprios alunos e discussões entre eles.

2.4.2. SAC

O SAC (Sistema de Amortização Constante) utiliza-se das amortizações do principal constantes durante o prazo da operação, sendo obtido facilmente o valor da amortização pela divisão do capital emprestado pela quantidade de prestações (ALMEIDA, 2016, p. 143).

Os juros incidem sobre o saldo devedor e o montante decresce com o pagamento de cada amortização, com valores decrescentes durante o período, nisto resulta que as prestações periódicas e sucessivas “são decrescentes em progressão aritmética” (ALMEIDA, 2016, p. 143).

O SAC estipula que a restituição do capital emprestado seja realizada em parcelas iguais, tendo o valor de cada amortização calculado pela divisão entre o principal e o número de prestações, tal como disposto abaixo (ALMEIDA, 2016, p. 143):

$$\text{Amortização} = \frac{\text{valor do empréstimo}}{\text{número de prestações}}$$

No SAC, “o plano tem a coluna das amortizações preenchidas em primeiro lugar” e o pagamento de cada período ocorre pela soma da amortização acrescidos dos juros correspondentes (DAL ZOT e CASTRO, 2015, p. 110). Abaixo está um exemplo:

Tabela 05: simulação do Sistema SAC.

	Saldo inicial	Juros calc.	Saldo após juros	Pgto.	Amort.	Juros pagos	Saldo final
n	S_{n-1}	J_n	S_n^j	$R_n =$	$A_n +$	J_n	S_n
		$S_{n-1} \cdot i$	$S_{n-1} + J_n$	$A_n + J_n$			$S_n^j - R_n$
1	800,00	80,00	880,00	280,00	200,00	80,00	600,00
2	600,00	60,00	660,00	260,00	200,00	60,00	400,00
3	400,00	40,00	440,00	240,00	200,00	40,00	200,00
4	200,00	20,00	220,00	220,00	200,00	20,00	0
Totais		200,00		1.000,00	800,00	200,00	

Fonte: Wili Dal Zot e Manuela Longoni de Castro.

Nesse sentido, como o conteúdo de SAC é complexo, há de se inovar, tais como conceitos que podem ser considerados novos ou também velhos na Matemática, porquanto o professor não trabalha unicamente direcionando “a recuperação de conceitos já ‘velhos’ (no

sentido de conhecidos”, mas também provocando o processo de criticar conceitos, usos estratégias, algoritmos, resultados, precisão” (MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS, 2011, p. 58).

Os professores precisam se atualizar tecnologicamente para trazer inovações aos estudantes dos anos finais do ensino médio, porquanto o alunado não é o mesmo de 10 anos atrás que não tinha tantas tecnologias à disposição.

Obviamente, deve ser incentivada a elaboração dos cálculos manualmente e a confirmação por meio da softwares, mas de nenhuma maneira pode ser descartada a possibilidade de utilizarem linguagens de programação na busca de soluções das questões matemáticas propostas.

A formação dos professores na área de Matemática sob a ótica da modelagem significa encontrar uma determinada concepção que sustente teoricamente e praticamente uma pedagogia que considere aspectos envolvidos não somente em Matemática, contudo também como uma ferramenta útil para a compreensão e a tomada de decisões do cotidiano dos alunos (MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS, 2011, p. 65).

No Brasil, a informática foi utilizada nas escolas brasileiras com o fim de oportunizar que os estudantes pudessem ter acesso aos conteúdos de diferentes formas, e não unicamente na forma tradicional utilizada pelos professores, mas para isso os professores precisavam possuir conhecimento para manusear corretamente os computadores e, conseqüentemente, elaborar o plano de aula (SANTOS, RIBAS e OLIVEIRA, 2017, p. 69).

Caso o professor queira implantar um conteúdo com propostas de exercícios em modelagem matemática e não possuir conhecimentos suficientes em linguagem de programação, pode acarretar a hipótese de surgirem dúvidas entre os estudantes, mas não serem solucionadas pelo professor por falta de conhecimento.

Os professores de Matemática devem se aperfeiçoar e aprender a utilizar softwares, pois só assim será possível cativar a atenção dessa nova geração e levar o conhecimento de forma diferente e divertida. Logo, não basta o professor escolher bons livros didáticos, tem que buscar recursos tecnológicos que facilitem a aprendizagem.

2.5. Base Nacional Comum Curricular – BNCC

A Lei nº 9.394/1996 estabelece em seu art. 26 que os currículos do ensino médio devem ter base nacional comum, devendo se adequar à cada contexto escolar, pois cada região tem suas características (BRASIL, 1996). E dentre outros artigos, destaca-se o art. 35-A, II, da referida lei, a qual define que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) definirá os

direitos e os objetivos de aprendizagem do ensino médio, inclusive na área de matemática e suas tecnologias.

Especificamente, a BNCC “é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, p. 7). Isso significa que a BNCC também trata sobre a matemática, mas para verificar se há o conteúdo de matemática financeira no ensino médio é preciso analisar as habilidades disponibilizadas pelo governo brasileiro.

Antes disso, a BNCC explica que “para atender às necessidades de formação geral, indispensáveis ao exercício da cidadania e à inserção no mundo do trabalho, e responder à diversidade de expectativas dos jovens”, a escola tem a responsabilidade com a educação integral dos alunos com a construção de seu projeto de vida (BRASIL, p. 464).

Na Competência Específica 3 (BRASIL, p. 535) visa aplicar estratégias, conceitos, definições e procedimentos na área matemática visando interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos aspectos cotidianos, sempre analisando a plausibilidade dos resultados e sua adequação.

É destacado no material fornecido pelo governo, que no ensino médio os alunos têm de desenvolver e mobilizar habilidades que serão úteis na resolução de problemas ao longo da vida adulta, logo as situações propostas em sala de aula devem ter significado real (BRASIL, p. 535).

A habilidade dessa competência que trata sobre a matemática financeira é a que segue:

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros. (BRASIL, p. 536).

Na competência específica 5 (BRASIL, p. 541) é tratado sobre a investigação e o estabelecimento de conjecturas sobre diferentes conceitos e propriedades na área matemática, valendo-se de estratégias e recursos com a identificação da necessidade de demonstração mais formal.

A habilidade dessa competência na área da matemática financeira é a que segue:

(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, p. 541).

Como visto, há na BNCC subsídios para que os professores possam ensinar matemática financeira no ensino médio, desenvolvendo diversas habilidades que podem melhorar as estatísticas de estudantes que ingressam na vida adulta sem conhecimentos básicos em finanças.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse artigo foram expostos conceitos básicos de capitalização simples, capitalização composta e os sistemas de amortização Price e SAC. Conjuntamente foram desenvolvidos conteúdos educacionais visando dar aplicabilidade ao conhecimento matemático em sala de aula.

Durante a exposição, foram dados exemplos reais de abusividade de juros e como identificá-la, gerando gráficos quanto a comparação da capitalização simples e composta com seus respectivos códigos-fonte visando subsidiar recursos tecnológicos aos professores de ensino médio.

Na análise de habilidades da BNCC foi observado que existem subsídios educacionais que permitem o ensino de finanças no ensino médio, norteados a prática dos professores, visando trazer às salas de aulas problemas que as famílias dos estudantes vivenciam com o fim de determinar suas soluções.

A utilização de tecnologias em sala de aula é adequada para que os discentes analisem os gráficos obtidos pelos softwares, tais como Wolfram Mathematica, Wolfram Alpha e Symbolab. E dessa forma, é estimulado o aprendizado de linguagens de programação.

Portanto, é possível concluir pela viabilidade do ensino de conceitos básicos sobre matemática financeira aos estudantes dos anos finais da educação básica, trazendo problemas reais em diferentes aspectos, tais como empréstimos pessoais, fazendo com que os jovens, ao obterem o pleno exercício da vida civil, estejam preparados matematicamente.

4. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Jarbas Thounahy Santos de. *Matemática financeira*. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. Minha Biblioteca. Disponível em:

<[https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521631286/cfi/6/2\[;vnd.vst.idref=cover\]!](https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521631286/cfi/6/2[;vnd.vst.idref=cover]!>)>.

Acesso em: 9 jul. 21.

ASSAF NETO, Alexandre. *Matemática financeira: edição universitária*. São Paulo: Atlas, 2017. Minha Biblioteca. Disponível em:

<[https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788597013139/cfi/6/2!/4/2/2@0:0](https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788597013139/cfi/6/2!/4/2/2@0:0>)>.

Acesso em: 4 out. 20.

BORBA, Marcelo de Carvalho. *Informática e educação matemática*. 5. ed. e 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016. Minha Biblioteca. Disponível em:

<[https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788551301296/cfi/0!/4/2@100:0.00](https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788551301296/cfi/0!/4/2@100:0.00>)>. Acesso em: 9 jul. 21.

BRASIL. Base nacional comum curricular. Disponível em:

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>

. Acesso em: 17 ago. 21.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Diretrizes e bases da educação nacional.

Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm>. Acesso em: 17 ago. 21.

DAL ZOT, Wili; CASTRO, Manuela Longoni de. *Matemática financeira: fundamentos e aplicações*. Porto Alegre: Bookman Editora LTDA., 2015. Minha Biblioteca. Disponível em:

<[https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603338/cfi/0](https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603338/cfi/0>)>. Acesso em: 9 jul. 21.

Desmos Graphing Calculator. 2021. Desmos Graphing Calculator. [online]. Disponível em:

<<https://www.desmos.com/calculator>>. Acesso em: 9 set. 21.

HOJI, Masakazu. *Matemática financeira: didática, objetiva e prática*. 1. ed. – São Paulo: Atlas, 2016. Minha Biblioteca. Disponível em:

<<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788597007527/first>>. Acesso em: 4 out. 20.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. *Modelagem em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. Minha Biblioteca. Disponível em:

<[https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582170847/cfi/0!/4/2@100:0.00](https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582170847/cfi/0!/4/2@100:0.00>)>. Acesso em: 9 jul. 21.

SANTOS, Pricila Kohls dos; RIBAS, Elisângela; OLIVEIRA, Hervaldira Barreto de. *Educação e tecnologias*. Porto Alegre: Sagah Educação S.A., 2017. Minha Biblioteca. Disponível em:

<[https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788595021099/cfi/0!/4/2@100:0.00](https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788595021099/cfi/0!/4/2@100:0.00>)>. Acesso em: 9 jul. 21.

PUCCINI, Abelardo de Lima. *Matemática Financeira: objetiva e aplicada*. 10. ed. – São Paulo: Saraiva, 2017. Minha Biblioteca. Disponível em:

<[https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788547220273/cfi/0!/4/2@100:0.0](https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788547220273/cfi/0!/4/2@100:0.0>)>.

Acesso em: 30 nov. 20.

Wolfram Research, Inc., Mathematica, Versão 12.3, Champaign, IL (2021).

Contatos: jezer@jezermunhoz.adv.br e ariovaldojose.almeida@mackenzie.br