

A DINÂMICA DAS OSCILAÇÕES NÃO-LINEARES DESCRITA PELA EQUAÇÃO DE VAN DER POL - POSSÍVEIS APLICAÇÕES NA ENGENHARIA E FÍSICA SOLAR

Yuri Felipe da Silva (IC) e Marcelo Camargo de Juli (Orientador)

Apoio: PIBIC Mackenzie/Mackpesquisa

Resumo

O objetivo deste trabalho é analisar os efeitos de oscilações não lineares em estruturas de engenharia, que possam ser descritas pela equação de Van Der Pol. A equação de Van der Pol é uma equação diferencial ordinária não linear com linearidade associada à força de dissipação. Em particular, neste trabalho trataremos das oscilações não lineares induzidas por vórtices em um fluido em interação com a estrutura. Podemos encontrar tais oscilações não lineares não somente na engenharia, mas também em estruturas da coroa solar conhecidas por arcos coronais. A modelagem das vibrações não lineares induzidas por vórtices é feita, em geral, pelo uso de dois osciladores não lineares acoplados: um oscilador descrevendo a oscilação da estrutura e o outro descrevendo a dinâmica de desprendimento de vórtices no fluido, resultante da interação fluido-estrutura. A equação de Van Der Pol é capaz de descrever a dinâmica do desprendimento de vórtices no fluido porque possui no seu termo não linear a possibilidade da troca de sinal, o que acomoda bastante bem o duplo sentido de rotação dos vórtices (sentido horário e anti-horário) que surgem após a interação com a estrutura. O regime de escoamento do fluido é que irá determinar a formação ou não dos vórtices e como a força associada ao desprendimento dos vórtices irá forçar a estrutura a oscilar, algo de grande importância para a engenharia civil.

Palavras-chave: não linear, Van Der Pol, fluidos, vórtices, osciladores não lineares, engenharia estrutural, arcos coronais.

Abstract

The aim of this work is to analyze the effects of nonlinear oscillations in engineering structures, which can be described by the equation of Van Der Pol. The equation of Van der Pol is a nonlinear ordinary differential equation with linearity associated with the dissipation force. In particular, this study will treat the nonlinear oscillations induced by vortices in a fluid on interaction with a structure. We can find such nonlinear oscillations not only in engineering but also in the solar corona on structures so called coronal loops. The vortex induced vibrations is modeled by using two nonlinear coupled oscillators: an oscillator describing the structure's oscillation and another one describing the vortex shedding in the fluid, resulting from fluid-structure interaction. The equation of Van Der Pol is able to describe the dynamics of vortex shedding in the fluid because it has in its non-linear term the possibility of signal change, which accommodates very well the double direction of rotation of the vortices (clockwise and anti-

clockwise) appearing after the interaction with the structure. The flow regime of the fluid is what determines the formation or not of vortices and how the force associated with the vortex shedding will force the structure to oscillate, something of great relevance to civil engineering.

Keywords: nonlinear, Van Der Pol, fluids, vortices, nonlinear oscillators, structural engineering, coronal loops.

INTRODUÇÃO

O fator determinante para o interesse em desenvolver os estudos apresentados neste trabalho foi à constatação de que em grande parte da construção de estruturas os efeitos não lineares não são considerados na análise das suas oscilações. Esse detalhe nos chamou atenção, pois em alguns casos pode haver o colapso de toda a estrutura quando esta entra em ressonância com uma força que injeta energia no sistema. Sendo as frequências de ressonância bastante afetadas por efeitos não lineares, isso justifica nosso estudo.

A ressonância acontece quando a frequência de algum efeito externo (força) se iguala à frequência natural de vibração do material da estrutura, injetando energia no sistema. O problema é que tanto a estrutura quando o meio em que ela se encontra inserida (fluido) podem estar sujeitos a efeitos não lineares, alterando bastante sua dinâmica em relação ao que seria o comportamento previsto por uma descrição puramente linear.

Conforme a pesquisa foi se desenvolvendo e o uso da literatura foi sendo feito, identificamos uma área de aplicação não só da equação de Van de Pol (objeto de estudo desse trabalho), mas também de outras duas equações diferenciais não lineares que estão sendo estudadas por outros alunos orientados por meu orientador. Esta área constitui o estudo das oscilações não lineares em estruturas induzidas pelo fluxo de fluidos.

Estruturas de engenharia que se encaixam nessa situação são: pontes, dutos submarinos, prédios altos de formato próximo ao de um cilindro, plataformas de petróleo em alto-mar, entre outras. Essa grande quantidade de aplicações mostra o quão importante é o projeto para analisar os possíveis danos causados às estruturas por oscilações induzidas por vórtices. Também possíveis aplicações nos arcos coronais.

O papel desempenhado pela equação de Van der Pol é o de modelar o fluido, em particular o desprendimento dos vórtices que induz as vibrações nas estruturas. Como exemplos de fluidos que seriam modelados por esta equação temos a água e o ar (fluidos não carregados, estudado no contexto da hidrodinâmica) e o plasma solar (um fluido carregado, estudado no contexto da magnetohidrodinâmica).

Cabe salientar que os estudos aqui desenvolvidos para sistemas com aplicação em engenharia civil, realizados com o uso da hidrodinâmica, servirão de base para estudos futuros em sistemas com aplicação na física solar, nos quais o uso da teoria magnetohidrodinâmica se faz necessário e que constitui um tema mais avançado.

REFERENCIAL TEÓRICO

a) O Modelo

A dinâmica dos osciladores não lineares é utilizada como abordagem inicial do sistema resultando da interação entre uma estrutura elástica e um fluido se movendo ao redor dela.

A natureza da evolução dos sistemas físicos depende da natureza das forças atuando sobre eles e de seu estado inicial. No caso unidimensional, podemos escrever a força atuando no sistema como

$$F(y, y', t) = F(y, y') + F(t), \quad (1)$$

onde (') indica uma derivação em relação ao tempo. Da segunda lei de Newton segue que

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} - F(y, y') = F(t). \quad (2)$$

Realizando a expansão em série de Taylor de $F(y, y')$, teremos

$$F(y, y') = F(y_0, v_0) + [a_1 y + b_1 y'] + \quad (3)$$

$$[a_2 y^2 + c_{11} y y' + b_2 y'^2] + [a_3 y^3 + c_{21} y^2 y' + c_{12} y y'^2 + b_3 y'^3] + \dots$$

onde nós podemos ver os termos em primeira ordem no primeiro colchete e assim por diante. Conforme os diferentes termos na série de Taylor são mantidos ou não, obtemos diversos osciladores não lineares, por exemplo:

- Oscilador de Van Der Pol

$$F(y, y') = [a_1 y + b_1 y'] + c_{21} y^2 y' \quad (4)$$

- Oscilador de Duffing

$$F(y, y') = [a_1 y + b_1 y'] + a_3 y^3 \quad (5)$$

- Oscilador de Duffing-Van Der Pol

$$F(y, y') = [a_1 y + b_1 y'] + a_3 y^3 + c_{21} y^2 y' \quad (6)$$

Todos esses osciladores possuem não linearidades em termos de terceira ordem e dão origem a diferentes equações diferenciais não lineares, que respectivamente, são: A equação de Van der Pol, a equação de Duffing e a equação de Duffing-Van der Pol. Nós podemos achar muita informação sobre a dinâmica dos osciladores de Van der Pol e Duffing na literatura, mas estudos sobre o oscilador Duffing-Van der Pol são algo bastante recente. Também os usos destas equações para modelar situações específicas da engenharia ou física solar é algo ainda restrito.

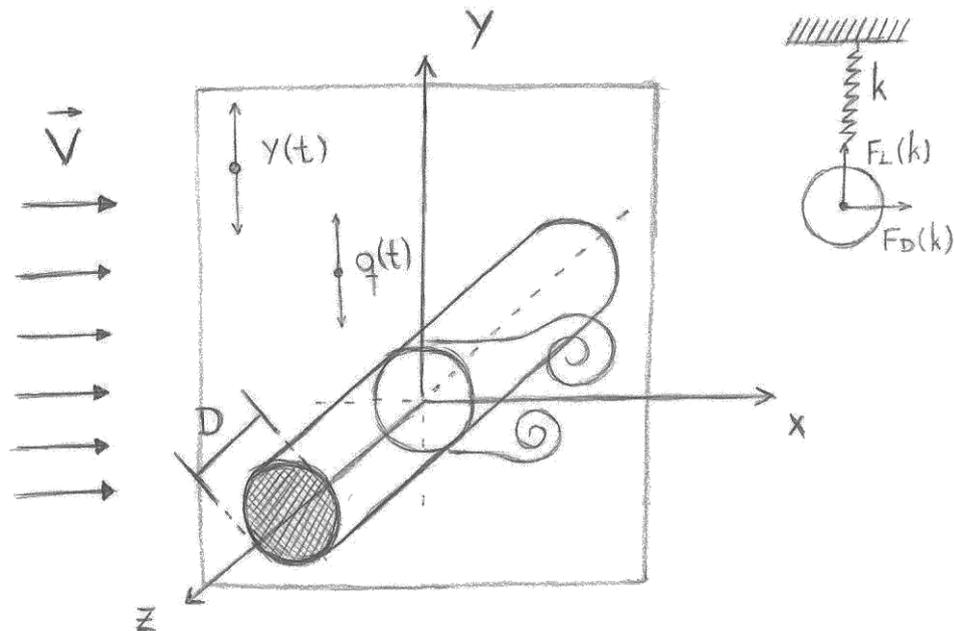
A equação de Van der Pol, objeto de estudo no presente trabalho, pode então ser escrita na seguinte forma

$$a \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) - b (1 - x(t)^2) \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) + c x(t) = F_0 \cos(t \omega) \quad (7)$$

onde o segundo termo a esquerda representa um termo dissipativo, não linear que pode mudar de sinal conforme os valores assumidos por "x". O termo que se encontra a direita da equação (7) representa uma força periódica externa que injeta energia no sistema. Temos então o caso de um oscilador forçado não linear.

Na figura abaixo vemos um diagrama de força de um cilindro que interage com um fluido (água, por exemplo).

Figura 1: Esquema das forças atuantes na estrutura.



Fonte: Imagem digitalizada a partir de um desenho feito à mão.

Nesta figura vemos um fluido que escoava com uma velocidade \mathbf{V} que ao passar pelo cilindro deixa de apresentar um regime laminar de escoamento passando ao regime turbulento. A esteira de vórtices formada na parte de trás do cilindro faz com que surja uma força F_L que obriga o cilindro a oscilar na direção- y . A direção desta força é sempre perpendicular à direção da velocidade de escoamento do fluido.

Temos então uma dinâmica que pode ser modelada através de um oscilador amortecido forçado. Este oscilador pode ser linear ou não. Obviamente para uma descrição mais realista do sistema, os efeitos não lineares devem ser incluídos.

As oscilações induzidas pelo desprendimento de vórtices em um fluido que interage com uma estrutura podem ser convenientemente modeladas através do uso de dois osciladores que se encontram acoplados. Um oscilador descreve a oscilação da estrutura e outro descreve a formação de vórtices no fluido. Assim sendo, teremos:

- Para o oscilador descrevendo a estrutura

$$(m + m_a) d^2y / dt^2 - F_y(y, y') = F_q(q, q', t), \quad (8)$$

- Para o oscilador descrevendo a dinâmica de desprendimento de vórtices no fluido (“wake oscillator model”)

O “wake oscillator model” é um modelo heurístico que usa um oscilador unidimensional (um único grau de liberdade) para representar a dinâmica associada com a formação de vórtices quando um fluido escoar ao redor de uma estrutura sólida, um cilindro circular neste caso.

$$(m + m_a) d^2q / dt^2 - F_q(q, q') = F_y(y, y', t), \quad (9)$$

onde m_a é a massa adicionada ou massa hidrodinâmica. No caso de um cilindro temos que $m_a = \rho \pi r^2$.

Nas equações (7) e (8), conforme a expansão em série de Taylor adotada para as forças $F_y(y, y')$ e $F_q(q, q')$ obtemos um tipo de oscilador não linear descrevendo a estrutura e o fluido.

A necessidade de utilizarmos um par de osciladores acoplados para descrever a dinâmica do sistema estrutura - fluido reside no fato de que o comportamento do fluido influencia no comportamento do cilindro e vice-versa. Mais especificamente temos que o cilindro modifica o regime de escoamento do fluido ao obstruir seu escoamento, fazendo que o fluido se torne turbulento. Uma vez no regime turbulento, este fluido apresentará vórtices. Estes vórtices dão origem a uma força que obriga o cilindro a oscilar. O cilindro em oscilação torna a influenciar no escoamento do fluido. Assim sendo fechasse um ciclo de influencia mutua entre as diversas partes desse sistema. A descrição desta influencia mutua exige que as equações usadas para descrever o sistema se encontrem acopladas. Isso possibilita que a energia flua de uma parte do sistema para a outra.

A vibração induzida em estruturas elásticas da engenharia pela formação de vórtices de um fluido ao entorno da estrutura é de importância prática devido ao seu potencial efeito destrutivo a pontes, torres, dentre outros [2].

Na literatura, se constata que é comum manter a não linearidade apenas no oscilador descrevendo o fluido [2], usando um oscilador linear para descrever a estrutura. Entretanto é sabido que a frequência normal de oscilação da estrutura pode ser modificada através de

efeitos de não linearidade. Estudos do oscilador de Duffing mostram que isso realmente acontece. Em outras palavras a inclusão de efeitos não lineares levará necessariamente a modificação da condição de ressonância. Analisar essas modificações no contexto das estruturas da engenharia ou dos arcos coronais se constitui em um estudo bastante relevante, pois isso afeta toda a troca de energia entre o fluido e a estrutura (no caso da engenharia) ou entre o plasma de superfície solar e/ou plasma ejetado pelo sol e o plasma das estruturas coronais (no caso da física solar).

b) O escoamento do fluido

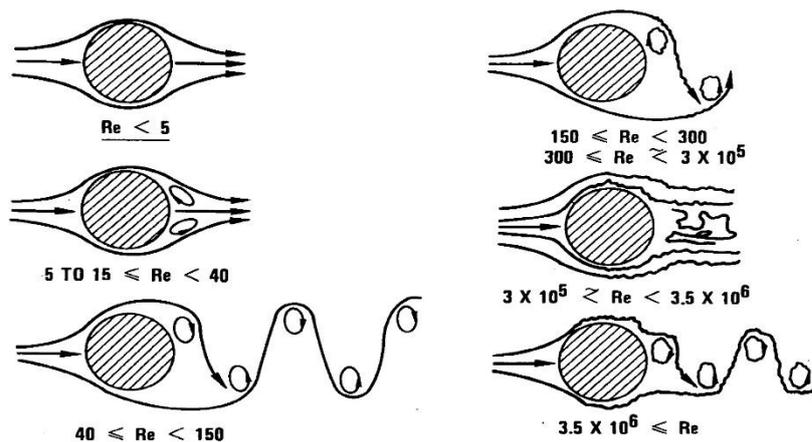
Um fluido pode apresentar diferentes regimes de escoamento. O particular regime de escoamento de um fluido é ditado pelo valor de um parâmetro chamado número de Reynolds. O número de Reynolds é definido pela expressão

$$Re = V.D / \nu$$

onde ν é a viscosidade cinética do fluido, V a velocidade de escoamento laminar do fluido (fluxo livre) e D o diâmetro do cilindro (ou a dimensão característica da estrutura).

Na figura abaixo podemos ver os diferentes tipos de regime de escoamento do fluido e sua dependência no número de Reynolds.

Figura 2: Dependência da esteira de vórtices com o número de Reynolds.



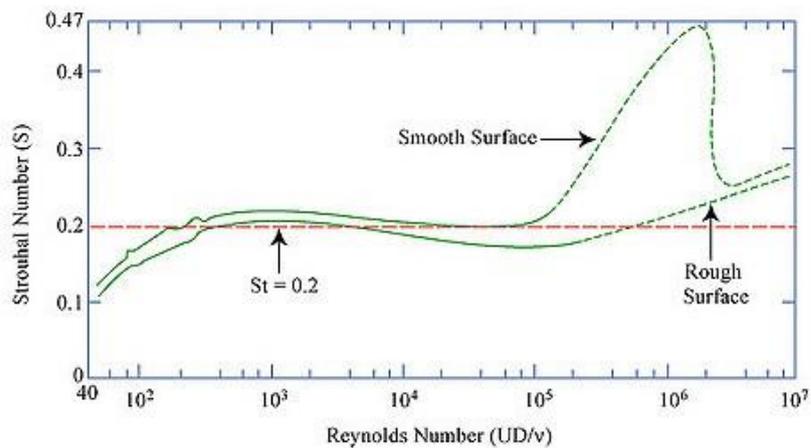
Fonte: R.D. Blevins, *Flow-Induced Vibration*. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida. Second Edition, 2001.

A frequência de desprendimento dos vórtices no fluido que interage com o cilindro é dada pela formula empírica

$$f_s = V. S_t / D, \quad (10)$$

onde o parâmetro não linear S_t é o número de Strouhal. O número de Strouhal possui uma dependência no número de Reynolds. Essa dependência pode ser vista no gráfico abaixo.

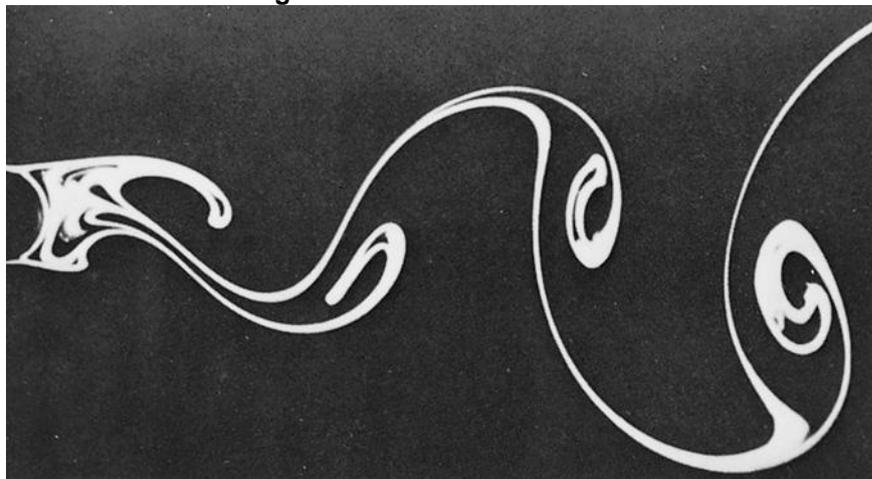
Figura 3: Relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds para cilindros circulares.



Fonte: R.D. Blevins, Flow-Induced Vibration. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida. Second Edition, 2001.

Quando um objeto sólido como um cilindro circular é submerso em um fluido em escoamento, ocorre o fenômeno de emissão de vórtices. Os Vórtices são emitidos periodicamente e de forma alternada, revezando entre ambos os lados do objeto.

Figura 4: Emissão de vórtices.



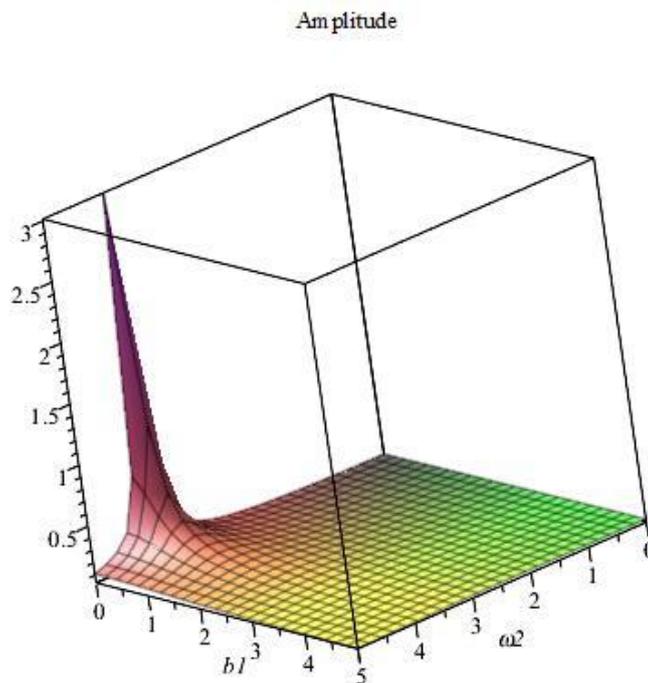
Fonte: Potter, M. C., Wiggert, D. C., "Mecânica dos Fluidos", Thomson, 2004.

Este é um dos motivos pelos qual a equação de Van der Pol é adequada para modelar este fenômeno de desprendimento de vórtices. A equação de Van der Pol possui um termo não linear que altera de sinal conforme os valores dos parâmetros que caracterizam o fluido. Essa troca de sinal acomoda bastante bem a alternância de lado no qual surgem os vórtices, conforme pode ser visto na figura anterior.

b) O fenômeno de Ressonância

Quando a frequência de formação dos vórtices, f_s , se iguala a frequência de oscilação natural da estrutura, f_0 , o fenômeno da ressonância ocorre e a estrutura pode oscilar com uma amplitude bastante grande, nestas condições somente um tratamento não linear é adequado para o tratamento de tais oscilações.

Figura 5: Exemplo do que ocorre com a amplitude de uma oscilação na ressonância.



Fonte: Imagem criada a partir do software Maple 18.

METODOLOGIA

Na parte inicial do projeto, foram utilizados os programas Maple e Matlab para trabalhar o limite linear da equação de Van der Pol. Este limite constitui o caso de um oscilador harmônico. Dentro da aproximação linear, foram então estudados os diferentes tipos de

osciladores: oscilador não amortecido, oscilador amortecido e não forçado e oscilador amortecido e forçado. Em cada caso foram analisados os diferentes comportamentos do sistema, tanto de maneira qualitativa quanto quantitativa. Isso foi feito com objetivo de revisar os conhecimentos prévios sobre o assunto abordado no curso de graduação, criando assim o background necessário para o entendimento dos osciladores não lineares.

Em seguida, usando os mesmos *softwares*, foi estudado o efeito do termo não linear na equação de Van der Pol, mas ainda para o caso não forçado, analisando o seu comportamento no espaço de fase.

A análise qualitativa através uso do espaço de fase se torna necessária, pois as equações diferenciais não lineares não possuem métodos analíticos gerais de resolução. Essa abordagem se mostra mais adequada, pois permite que obtenhamos uma visão global sobre a dinâmica do sistema.

Posteriormente, através uso da literatura existente, aprofundou-se mais o conhecimento sobre a parte não linear envolvendo bifurcações, que são pontos específicos nos quais o sistema sofre bruscamente uma mudança de comportamento em decorrência da variação dos valores dos parâmetros que o caracteriza.

Depois, através de estudos adicionais, abordou-se a aplicação propriamente dita da equação de Van der Pol em um sistema específico. Como a não linearidade da equação de Van der Pol se encontra um termo no qual a parece também à velocidade, está, a área dos fluidos se mostrou perfeita para a aplicação, pelo fato de que forças viscosas e de arrastes incluam em geral uma dependência na velocidade. Em particular, como mencionado anteriormente, os diferentes tipos de escoamento de um fluido são determinados pelo número de Reynolds. Por sua vez, na própria definição do número de Reynolds aparece a velocidade de escoamento do fluido.

Assim, a partir uma análise qualitativa da interação entre um fluido hidrodinâmico e uma estrutura sólida, encontramos na literatura [7] que o uso de duas equações diferenciais acopladas é frequentemente utilizado para modelar a dinâmica das oscilações em estruturas submetidas à escoamento de algum fluido. Em particular, a equação do fluido é modelada pela equação de Van der Pol, o que demonstra a importância do estudo dessa equação e da análise de toda a dinâmica a ela vinculada.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

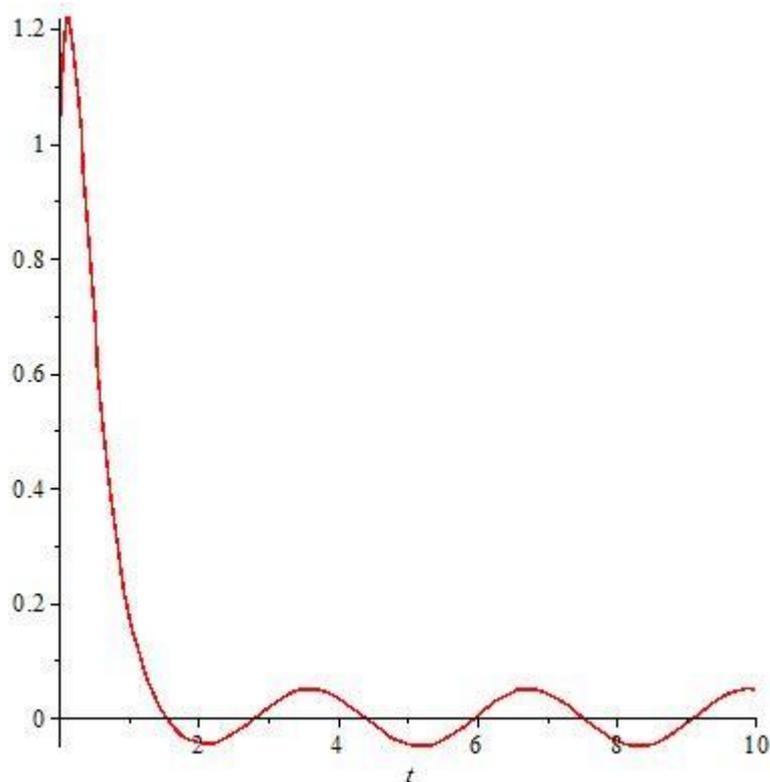
Na primeira parte do projeto, analisamos o limite linear da equação de Van der Pol que coincide com a dinâmica do oscilador harmônico. Partindo da equação geral dada abaixo, nós

analisamos as diferentes situações possíveis para o caso linear que ocorrem conforme os valores assumidos pelos coeficientes “a”, “b” e “c” nela presentes:

$$A [d^2y(t)/dt^2] + c y(t) + b [dy(t)/dt] = F_0 \cos(\omega t)$$

Nesta equação o coeficiente “a” está relacionado a massa, “b” ao grau de amortecimento do sistema e “c” a força restauradora. O coeficiente “F₀” representa a amplitude da força externa periódica. Conforme o valor obtido para a equação característica, $\Delta = b^2 - 4ac$, se obtém diferentes casos a serem analisados: o caso do oscilador Harmônico simples (OHS), do oscilador amortecido não forçado e do oscilador amortecido e forçado. Verificamos seus regimes de resposta.

Figura 6: Gráfico das soluções de um oscilador harmônico forçado quando $\Delta=0$ (a=1; c=16; b=8; F₀=1).

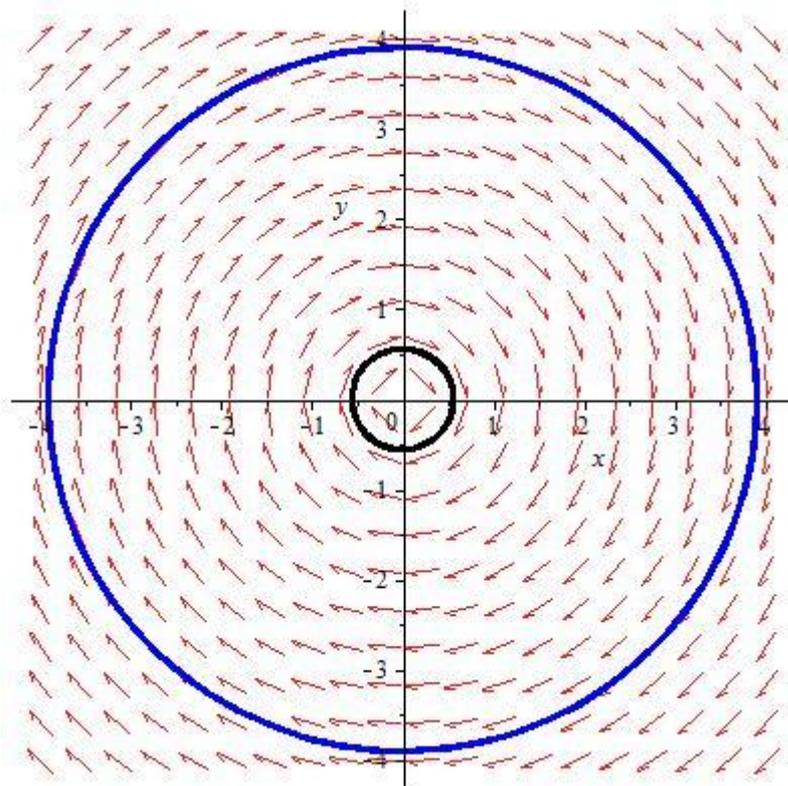


Fonte: Imagem criada a partir do software Maple 18.

Aprofundando os estudos começamos a analisar os efeitos do termo responsável pela não linearidade da equação. Analisamos a princípio o comportamento da amplitude das soluções dessa equação. Após isto partimos para o estudo do espaço de fase.

No espaço de fase do oscilador não amortecido verifica-se que ele, por ser um sistema que não apresenta “dissipação de energia”, possui uma densidade de volume de espaço de fase que é constante. Visualmente podemos dizer que a trajetória no espaço de fase formada pelos diferentes estados do sistema, se assemelha a uma circunferência ou elipse (uma curva fechada). Já no caso de um oscilador amortecido verifica-se uma alteração dessa trajetória e a trajetória converge para um ponto lembrando uma espiral.

Figura 7: Espaço de fase do oscilador de Van der Pol quando $b=0$. Caso limite que recupera o oscilador harmônico.



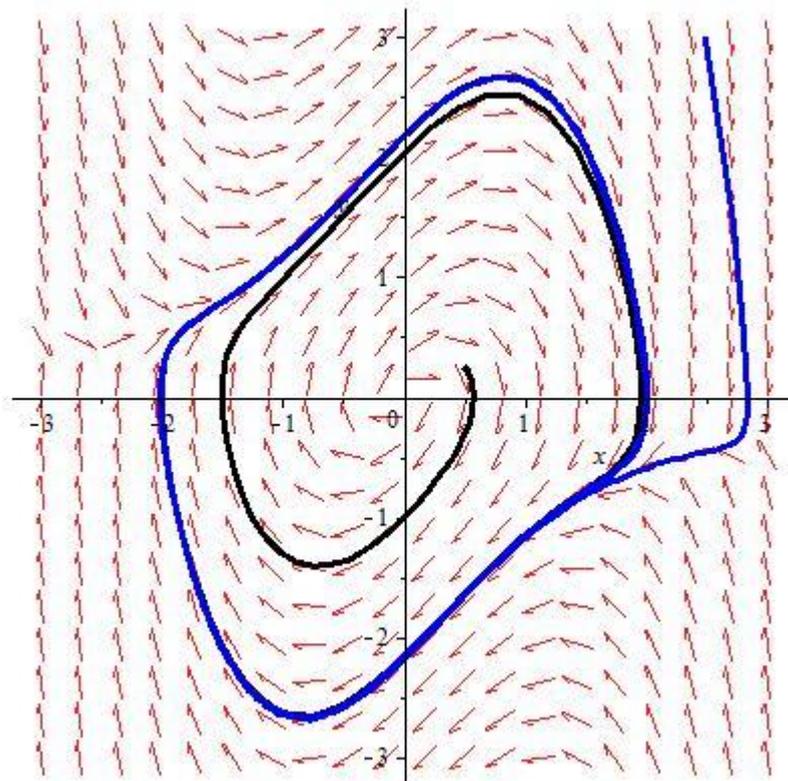
Fonte: Imagem criada a partir do software Maple 18.

Porem é necessário lembrar que estamos buscando estudar uma equação não linear e com isso seu espaço de fase; o espaço de fase da equação de Van Der Pol segue um ciclo limite no qual a trajetória fecha sobre si mesma, isto é, que o sistema estabelece-se a uma oscilação periódica estável. O ciclo limite é o outro atrator possível além de um ponto fixo, em um espaço de fase bidimensional. Entende-se por atrator um ponto ou no caso um ciclo para o qual todas as trajetórias convergem no espaço de fase.

Eventuais modificações destes atratores fazem que o sistema sofra modificações bruscas na sua dinâmica, passando de um comportamento para o outro completamente diferente. Quando isso ocorre, dizemos que o sistema sofreu uma bifurcação.

A equação de Van der Pol, na ausência do termo forçado, possui uma bifurcação, mas o atrator presente no seu espaço de fase é ainda topologicamente simples, um ciclo limite. A bifurcação apresentada pela equação de Van der Pol transforma o atrator na forma de um ponto fixo em um atrator na forma de um ciclo limite.

Figura 8: Espaço de fase do oscilador de Van der Pol quando $b=1$.



Fonte: Imagem criada a partir do software Maple 18.

Na figura acima vemos que trajetórias iniciadas em pontos internos e externos ao ciclo limite sempre tendem ao ciclo limite, esta a razão do nome atrator para esta estrutura do espaço de fase.

Quando uma solução é estável, tem-se que a trajetória do sistema no espaço de fase tende a ir para o ciclo limite, já no caso de soluções instáveis, a trajetória do sistema no espaço de fase tende a se afastar do ciclo limite.

A análise do coeficiente de amortecimento (b) presente na equação de Van der Pol, nos leva a diferentes situações. A primeira delas é representada na figura-7. Quando $b = 0$, temos uma peculiaridade, o sistema se torna linear, já que o termo não linear está associado a dissipação. Isso faz com que a trajetória do sistema no espaço de fase seja uma circunferência (ou elipse, ou seja, uma curva fechada e bem-comportada) coincidindo com o comportamento linear apresentado pelo oscilador harmônico simples.

Quando analisamos os espaços de fase para os valores de coeficiente de amortecimento (b), podemos notar que existem regiões em que a energia é dissipada ou gerada. Quando a região mostra que as soluções tendem a se aproximar do ciclo limite vindo de fora deste para dentro, temos dissipação de energia, ou seja, o termo dissipativo da equação está agindo como o esperado. Entretanto, podem-se ter regiões nas quais as soluções se afastam do centro do ciclo limite indo de dentro para fora ao encontro desse ciclo limite, ou seja, é como se o sistema estivesse ganhando energia por causa do termo associado ao amortecimento não linear.

Este comportamento ocorre porque o termo não linear da equação de Van de Pol pode mudar de sinal. O termo não linear da equação faz com que oscilações de pequena amplitude sejam amplificadas (ganhem energia) e oscilações de grandes amplitudes sejam amortecidas (percam energia). É justamente a troca de sinal no termo não linear que garante essa dinâmica.

Cabe lembrar, que estamos ainda falando de um oscilador de Van der Pol não forçado. A adição de uma força externa que force o sistema a oscilar em uma dada frequência modifica essa dinâmica fazendo com que o sistema passe a apresentar uma dinâmica caótica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma idéia que surgiu no desenvolvimento do nosso projeto, foi o de tentar modelar a dinâmica das oscilações em estruturas coronais (laços coronais) através do uso de osciladores acoplados a exemplo do que encontramos na engenharia. Existem pouquíssimos trabalhos na literatura que tentam fazer algo semelhante [3,4].

O plasma pode ser considerado como um fluido carregado, estudado dentro do contexto da magnetohidrodinâmica. Isso significa que o comportamento de um plasma envolve muito do comportamento dinâmico de um fluido neutro, em particular todas as não linearidades presentes nas equações da hidrodinâmica devem ser incluídas na descrição teórica de um plasma. Entretanto, por se tratar de um fluido carregado o estudo da dinâmica de um plasma é um problema mais complexo de ser analisado.

Encontramos na literatura alguns poucos trabalhos que propõem o uso de uma modelagem similar à encontrada na engenharia, para o estudo de oscilações em estruturas da coroa solar, os chamados arcos coronais. Estas duas áreas distintas apresentam algumas similaridades, mas não são de todo equivalentes.

Em primeiro lugar em situações de interesse da engenharia, estão envolvidos fluidos não carregados (água ou ar). Para o estudo do comportamento de um fluido não carregado

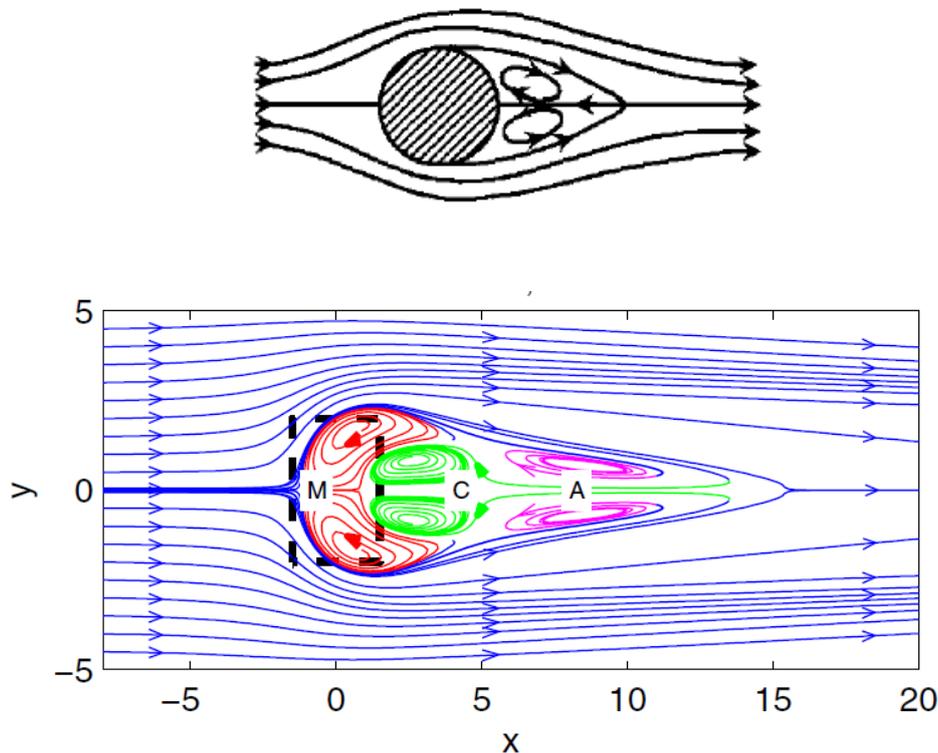
as equações da hidrodinâmica são suficientes. Já no caso de aplicações em física solar, o fluido envolvido (o plasma solar) é um fluido carregado. O estudo da dinâmica de um fluido carregado exige o uso da teoria magnetohidrodinâmica. As equações da magnetohidrodinâmica envolvem as equações da hidrodinâmica que são modificadas para levar em consideração o fato que se trata de um fluido carregado. Além disso, o uso das equações de Maxwell também faz parte do sistema de equações necessárias para descrever um plasma.

Um segundo ponto, que distingue as aplicações na área de engenharia e na física solar é que como um plasma é um meio mais complexo de que um fluido não carregado, ele possui uma dinâmica mais rica e difícil de ser tratada.

Na engenharia ocorre a interação entre um fluido com uma estrutura sólida que dá origem a um par de vórtices que se alternam entre os lados dessa estrutura (ver figura-4).

Na coroa solar existe o fluxo de um plasma que interage com um objeto magnético (um campo magnético não uniforme). Essa interação produz não um mais três pares de vórtices que se alternam entre os lados da estrutura magnética [8].

Figura-9: Comparação entre as esteiras de vórtices para o caso de um fluido não carregado (hidrodinâmica) e o caso de um plasma (magnetohidrodinâmica).

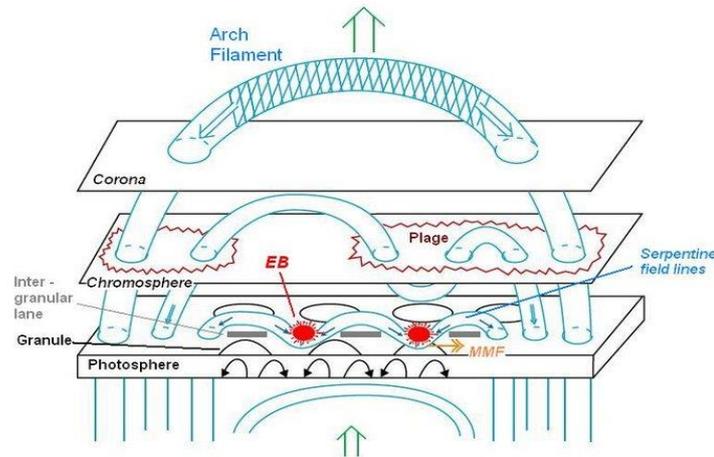


Fonte: Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. M.L. Facchinetti, E. de Langre, F. Biolley. *Journal of Fluids and Structures* 19 (2004), 123-140.

No segundo caso apresentado acima, acredita-se que um par de vórtices é referente à parte cinética (A), outro é referente ao campo magnético (M) e o terceiro seria referente à interação magnética com a cinética (C).

O estudo das oscilações nos arcos coronais é importante, pois se acredita que estas oscilações estão vinculadas aos mecanismos de emissão de radiação do sol.

Figura 10: Esboço dos arcos coronais, constituídos por plasmas que se encontram confinados pelo campo magnético do sol.



Fonte: B. Schmieder, V. Archontis, E. Pariat. Space Sci Rev (2014) 186:227–250.

Como mencionado anteriormente, poucos trabalhos encontrados na literatura discutem o papel do desprendimento dos vórtices na excitação das oscilações transversais nos arcos coronais. Ainda assim, o papel da não linearidade não está sendo levado em consideração nestes trabalhos. Em geral, um simples oscilador forçado e linear é utilizado [3]. Diferentemente do que é encontrado na literatura da engenharia, onde o uso de dois osciladores acoplados foi utilizado para descrever a interação fluido-estrutura, porém com a ressalva de que a não linearidade foi incluída apenas na equação de Van Der Pol, utilizada para modelar o fluido.

Existe a possibilidade de inclusão de efeitos não lineares na equação do oscilador que descreve a estrutura, tanto na área da engenharia como na área da física solar. Mais especificamente, tal inclusão seria feita através do uso da equação de Duffing.

No que diz respeito a modelagem do fluido, poderíamos manter a equação de Van der Pol nesta descrição, mas possivelmente essa equação teria que ser modificada para acomodar a ocorrência de três pares de vórtices verificada no caso da interação

Nós propomos o uso de dois osciladores não lineares acoplados para descrever a dinâmica das oscilações nos arcos coronais, com inclusão da não linearidade nos dois

osciladores. Utilizando das equações de Van Der Pol para modelar o fluido e da equação de Duffing para modelar a estrutura.

Além deste projeto existem outros sendo realizados em conjunto com o professor orientador com o intuito de estudar as demais possibilidades encontradas ao utilizar a equação de Duffing para modelar a estrutura, e a possibilidade do oscilador acoplado que se utiliza de ambas equações sendo assim chamado Duffing-Van Der Pol.

REFERÊNCIAS

- [1] VOTYAKOV, E. V.; KASSINOS, S. C.. On the analogy between streamlined magnetic and solid obstacles. *Physics Of Fluids*, [s.l.], v. 21, n. 9, p.0971021-09710211, 2009. AIP Publishing. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3231833>.
- [2] BLEVINS, R.d. *Flow-Induced Vibration*. 2. ed. Malabar, Florida: Krieger Publishing Company, 2009.
- [3] NAKARIAKOV, V. M.; ASCHWANDEN, M. J.; VAN DOORSSELAERE, T.. The possible role of vortex shedding in the excitation of kink-mode oscillations in the solar corona. *Astronomy And Astrophysics*, [s.l.], v. 502, n. 2, p.661-664, ago. 2009. EDP Sciences. <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/200810847>.
- [4] GRUSZECKI, M. et al. Phenomenon of Alfvénic Vortex Shedding. *Phys. Rev. Lett.*, [s.l.], v. 105, n. 5, p.0550041-0550044, 30 jul. 2010. American Physical Society (APS). <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.105.055004>.
- [5] SCHMIEDER, B.; ARCHONTIS, V.; PARIAT, E.. Magnetic Flux Emergence Along the Solar Cycle. *Space Science Reviews*, [s.l.], v. 186, n. 1-4, p.227-250, 11 set. 2014. Springer Science + Business Media. <http://dx.doi.org/10.1007/s11214-014-0088-9>
- [6] POTTER, Merle; WIGGERT, David. "Mecânica dos Fluidos". Brasil: Thomson Pioneira, 2004.
- [7] FACCHINETTI, M.I.; LANGRE, E. de; BIOLLEY, F.. Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. **Journal Of Fluids And Structures**, [s.l.], v. 19, n. 2, p.123-140, fev. 2004. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2003.12.004>
- [8] VOTYAKOV, E. V. et al. Structure of the Wake of a Magnetic Obstacle. **Phys. Rev. Lett.**, [s.l.], v. 98, n. 14, p.1445041-1445044, 4 abr. 2007. American Physical Society (APS). <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.98.144504>.

Contato: yuri.felip@gmail.com (IC) e juli@craam.mackenzie.br (Orientador)