EUCLIDES E A APLICAÇÃO DO SILOGISMO DEMONSTRATIVO NA OBRA “OS ELEMENTOS”

Luciano Bitencourt de Freitas Andrade (IC) e Orlando Bruno Linhares (Orientador)

Apoio: PIBIC CNPq

Resumo

Este trabalho tem o objetivo de discutir a relação existente entre o método dedutivo apresentado pelo filósofo grego Aristóteles, no livro *Analíticos Posteriores*, e o do matemático alexandrino Euclides, na obra *Os Elementos*. A partir da definição básica do Livro I, dos *Elementos*, de que “Ponto é tudo aquilo de que nada é parte”, e dos procedimentos adotados até a demonstração das proposições, é analisada a correspondência metodológica entre ambos os pensadores. As concepções elaboradas pelos filósofos britânicos William David Ross e Thomas L. Heath, que apontam as convergências entre Aristóteles e Euclides, e pelos matemáticos Proclus (Alexandria) e Irineu Bicudo (Brasil), cuja interpretação dos *Elementos* é pautada pelo viés platônico, buscam elucidar até que ponto o silogismo demonstrativo influenciou o geômetra alexandrino. É destacada também a refutação do filósofo italiano Fabio Acerbi – baseada essencialmente em uma abordagem semântica – no que diz respeito aos princípios de Aristóteles frente aos termos adotados na dedução euclidiana. Com base na interpretação de Ross e Heath, são apresentadas as semelhanças entre os dois pensadores antigos quanto o uso de definições, postulados e axiomas, no processo demonstrativo e a sua importância na Teoria do Conhecimento. Por fim, conclui-se que, apesar da correspondência existente entre o silogismo demonstrativo aristotélico e o método dedutivo euclidiano, o pensador grego dedicou-se exclusivamente à filosofia, enquanto o geômetra alexandrino à matemática.

(Palavras-chave: Epistemologia; Aristóteles; Euclides)

Abstract

This paper shows the similarities method deductive presented by Aristotle, in his book *Analytica posteriora*, and the mathematician Euclid, in the book *Elements*. The basic definition of Book I of the *Elements*, that “The point is that which has no part”, and the procedures adopted by the demonstration of the propositions, are the basis for the analysis of methodological correspondence of both thinkers. The concepts developed by the British philosopher William David Ross and Thomas L. Heath, who point out the similarities between Aristotle and Euclid, and the mathematical Proclus (Alexandria) and Irineu Bicudo (Brazil), whose interpretation of the *Elements* is guided by Platonic way, seek to elucidate how the demonstrative syllogism influenced the Alexandrian geometer. It also highlighted the refutation

of the Italian philosopher Fabio Acerbi – essentially based on a semantic approach – on the principles of Aristotle and the terms adopted in the Euclidean deduction. Based on the interpretation of Ross and Heath, the similarities are presented in both ancient thinkers as the use of definitions, axioms and postulates, in the statement process and its importance in the Epistemology. Finally, it is concluded that despite the correspondence between the syllogism Aristotelian statement and the Euclidean deductive method, the Greek thinker devoted exclusively to philosophy, while the Alexandrian geometer was dedicated to mathematics.

(Keywords: Epistemology; Aristotle; Euclid)

Introdução

A obra *Os Elementos*, de Euclides, é reconhecida como sendo um dos primeiros trabalhos em geometria que reuniu um conjunto de definições, postulados, axiomas e teoremas, que leva sistematicamente à prova ou demonstração de determinada proposição. Isso rendeu ao autor alexandrino o título de um dos pioneiros na axiomatização da matemática, uma vez que as deduções presentes ao longo de 13 livros são todas realizadas a partir do conteúdo exposto no Livro I.

Até então, os matemáticos gregos antigos – que já utilizavam o método de análise e síntese¹, embora com suas devidas restrições – não tinham organizado as suas investigações em um único corpo partindo de uma origem comum e, como era compreendida, irrefutável. Um exemplo dessa estrutura é a definição primeira apresentada nos *Elementos* e que diz respeito ao ponto, Σημεῖόν ἐστίν, οὐ μέρος οὐθέν (“Ponto é aquilo de que nada é parte”²), donde se deriva ou se deduz todas as demais inferências relativas à geometria. Tomando esse parâmetro, algumas perguntas relevantes tendem a surgir, tais como: em quem ou em quê Euclides se baseou para formular sua ordem dedutiva? Por que ele toma como princípio a definição de ponto e não outra? É possível afirmar que Euclides inaugurou de fato uma nova forma de apresentar as regras de construção dos objetos?

Para William David Ross (2004), não seria exagero afirmar que a doutrina do silogismo se deve inteiramente a Aristóteles, que foi provavelmente o primeiro pensador antigo a destinar um sentido diferente à palavra συλλόγισμός e também uma explicação geral ao processo de inferência. Outra observação importante de Ross é a de que Aristóteles se utiliza em diversas partes dos *Primeiros Analíticos* (ou *Analíticos Anteriores*) de uma terminologia que recorre com frequência à matemática – modelo considerado pelo Estagirita como o de ciência teórica por excelência.

“É notório que Aristóteles representava cada figura do silogismo por diferentes figuras da geometria, onde as linhas representavam proposições e os pontos os termos” (ROSS, 2004, p. 32-33)³.

¹ Segundo Pappus, ao citar Euclides, Apolônio de Perga e Aristeu, o velho: “Análise é o caminho a partir do que é procurado – considerado como se fosse admitido – passando, na ordem, por suas concomitantes [consequências], até algo admitido na síntese. Pois na análise supomos o que é procurado como já tendo sido feito e investigamos aquilo a partir do qual esse algo resulta, e de novo qual é o antecedente deste último, até que, no nosso caminhar para trás, alcancemos algo que já é conhecido e é o primeiro na ordem. Na síntese, por outro lado, supomos já feito aquilo que na análise foi por último alcançado e, arranjando em sua ordem natural, como consequentes aquilo que antes eram antecedentes, e ligando-os uns aos outros, chegamos no final à construção daquilo que é procurado”.

² Conforme a tradução para o português do prof. Irineu Bicudo.

³ Texto em livre tradução (assim como nas demais citações de obras em inglês discriminadas nas Referências).

Um exemplo dessa apropriação, que segundo Ross não se restringe unicamente à geometria, mas também a teoria da proporção, pode ser encontrada na formulação das premissas que representam as várias figuras do silogismo: “A predicado de B, B predicado de C’ (primeira figura), ‘B predicado de A, B predicado de C’ (segunda figura), ‘A predicado de B, C predicado de B’ (terceira figura)”; além da analogia que atualmente é conhecida na matemática como progressão, onde “ $A : B = B : C$ ”, “ $A - B = B - C$ ”. Ao saltar para os *Analíticos Posteriores*, David Ross mostra que o conceito de ciência proposto por Aristóteles se aproxima do que veremos em seguida em Euclides, onde:

“A ciência assume as definições de todos os seus termos, mas pressupõe a existência única de seus objetos primários (por exemplo, a aritmética de unidade e a geometria de magnitude espacial), e prova a existência de todo o resto” (ROSS, 2004, p. 43).

No tocante as deduções dos primeiros princípios, Thomas L. Heath (1956) diz, apoiando-se em Proclus, que o caminho a ser seguido está na divisão entre o que deve ser estabelecido como anterior e que leva à geração, subtração ou adição de figuras, bem como apresenta as mudanças e os atributos essenciais de cada uma delas.

Por ora, este trabalho não entrará no debate existente entre os matemáticos gregos antigos no que concerne à primazia entre problemas e teoremas (e que recai sobre a precedência de um em relação ao outro), nem tampouco as diversas distinções sobre esses termos. Vale destacar, porém, que Proclus entende que os *Elementos* trazem, em parte, tanto um quanto outro, através de proposições individuais que se encerram com as afirmações de que era estritamente necessário provar tal conclusão ou demonstração⁴.

Diante das considerações apresentadas, é importante esclarecer que o presente trabalho vai se concentrar na convergência existente entre o silogismo demonstrativo aristotélico e sua aplicação na geometria euclidiana, tomando como referência a interpretação do filósofo David Ross, bem como do matemático e historiador da Matemática Grega, Thomas L. Heath. Ambos, interpretam os *Elementos* de Euclides com nítidas influências de Aristóteles em contraponto ao neoplatônico Proclus e contemporâneos como o italiano Fábio Acerbi e o matemático brasileiro Irineu Bicudo (que vê na obra do geômetra alexandrino uma aproximação direta com as ideias de Platão).

A metodologia utilizada nesta pesquisa foi pautada pela leitura, fichamento e discussão, das principais obras disponíveis sobre o tema em língua portuguesa, inglesa e espanhola, bem como dos resultados obtidos em grupo de estudos (2015-2016) direcionado ao debate do livro *Órganon*, de Aristóteles. O esquema de apresentação deste trabalho conta

⁴ Conforme destaca Heath, Proclus diz que Euclides mescla problemas com teoremas no Livro I, ao passo que no Livro IV são utilizados apenas problemas e no Livro V apenas teoremas.

com a divisão em três tópicos, além da introdução e conclusão, que tratam especificamente do silogismo demonstrativo, da estrutura dos *Elementos* e da relação entre o pensamento de Aristóteles e o método dedutivo euclidiano.

Das ideias às causas

Embora as proposições modais de Aristóteles possam apresentar certos limites dentro de uma interpretação contemporânea como a do filósofo R. J. Hankinson (2009), a estrutura da filosofia da ciência proposta pelo Estagirita é direcionada com base no conceito de *epistêmê*, substantivo concreto que pode significar “um corpo organizado de informação disposto sistematicamente”. Ou como Hankinson também pontua:

“Essa disposição sistemática assume forma expositiva como uma cadeia de deduções silogísticas, preferencialmente no paradigmático modo universal afirmativo Barbara (“Todos os Bs são Cs, todos os As são Bs, então todos os As são Cs”), no qual cada uma das premissas (e por conseguinte a conclusão) é uma verdade necessária” (BARNES et al., 2009, p. 155).

Esse modelo toma como ponto de partida premissas que são denominadas como primeiros princípios, ou afirmações apodíticas, termos de valor universal donde se extrai necessariamente as demais proposições que demonstram o conhecimento de um ente particular.

Tal linha de raciocínio que leva em consideração o objeto de nosso conhecimento como anterior na ordem de definição, além de simples e exato, será tratada especificamente na obra intitulada *Órganon*⁵, onde Aristóteles apresenta as regras do silogismo, ou discurso lógico, e destaca serem esses de três tipos: o dialético, o sofístico e o demonstrativo. De maneira mais específica, teórica e pontual, o silogismo dialético será abordado no livro *Tópicos*, o sofístico no *Refutações Sofísticas* e o demonstrativo nos *Analíticos Posteriores*.

Os dois primeiros, apesar de se tratarem de estruturas válidas de raciocínio, não correspondem ao arcabouço que fundamenta as ciências. Já o silogismo demonstrativo é o único argumento capaz de proporcionar o discurso científico e de chegar a conclusões precisas ou à prova. Pois é através do processo dedutivo que toma como referência premissas verdadeiras que se chega às demonstrações e à explicação de um conhecimento.

Esse método é tratado especificamente no livro *Analíticos Posteriores*, onde Aristóteles deixa claro que produzir ciência é utilizar-se de proposições verdadeiras, que se caracterizam por noções comuns e imediatas, que são primeiras, portanto, anteriores no sentido de que servem de princípio evitando uma regressão infinita e permitindo apontar a

⁵ Compilação de seis livros: *Categorias*, *Da Interpretação*, *Analíticos Anteriores*, *Analíticos Posteriores*, *Tópicos* e *Refutações Sofísticas*.

causa de um determinado conhecimento (ou problema). Isso significa que as premissas imediatas têm de ser necessariamente mais inteligíveis do que a conclusão, uma vez que tais premissas têm caráter universal e a conclusão diz respeito ao conhecimento de algo com menor extensão. Sendo assim, se premissas e conclusões tivessem a mesma forma lógica não haveria dedução, pois ambas seriam passíveis de decorrerem de uma premissa anterior, inviabilizando um ponto de partida. Ao mesmo tempo, se fossem universais, primeiras e não-mediadas, não careceriam de explicação e tampouco de demonstração, e cairiam num sistema circular.

Diferente da forma do discurso dialético e do sofístico, o silogismo demonstrativo não se baseia em premissas de conteúdo opinativo ou de argumentos refutáveis, ao contrário, suas proposições devem corresponder a uma estrutura lógica específica (premissa maior, termo médio e conclusão [premissa menor]) na qual um dos seus elementos primordiais se inicia por um conhecimento pré-existente⁶ e na importância da definição.

Fazer ciência, segundo Aristóteles, é obter o saber através da demonstração e, conseqüentemente, a partir do conhecimento das causas de um objeto que não pode ser diferente daquilo que ele é. No entanto, uma premissa imediata, ou a causa, que é necessariamente verdadeira, não carece de demonstração uma vez que dela deve-se extrair uma progressão conclusiva e não o caminho contrário (regresso). Isso significa que aquilo na qual se procura demonstrar tem de partir de um predicado primário e universal, de um termo superior que começa por ser diferenciado quanto à sua espécie.

Esse princípio, bastante comum aos matemáticos, tende a uma redução ao mais simples levando a predicados primários que são necessários em contrapartida aos acidentais – dos quais não se inicia a demonstração.

“Por exemplo, a propriedade de ter ângulos iguais à soma de dois ângulos retos se aplicará a *triângulo isósceles de bronze* e continuará se aplicando quando *bronze* e *isósceles* forem eliminados. Mas estes não são as primeiras diferenças cuja eliminação torna o predicado inaplicável. ‘Então qual é o primeiro?’ Se for *triângulo*, então será no que respeita à triangularidade que o predicado se aplica a todo o resto dos sujeitos e será no que tange a *triângulo* que o predicado pode ser universalmente demonstrado” (ANALÍTICOS POSTERIORES, A 5, 74b1).

A estrutura que Aristóteles propõe segue do termo mais simples, primeiro e universal, para o termo médio, para então chegar à conclusão, ou à premissa menor (que é particular⁷ e pode ser afirmativa ou negativa). Entre os exemplos mais conhecidos do silogismo

⁶ Aristóteles dá início ao *Analíticos Posteriores*, já no parágrafo I, do Livro I, alegando que todo ensino, instrução intelectual e demais ramos do saber, inclusive a matemática, são adquiridos “a partir de fatos já conhecidos”. E no tocante a esse tema, o filósofo vai apresentar argumentos pautados na matemática, inclusive, refutando o *Menon*, de Platão, até o final do referido parágrafo.

⁷ No caso das proposições anteriores (maior e média) serem universais pode ocorrer, então, da premissa menor também ser universal.

demonstrativo está o seguinte modo: “Todos os homens são mortais; Sócrates é homem; logo, Sócrates é mortal”. Com isso, Aristóteles formulou a regra onde “Que A seja necessariamente predicado (afirmado) de B, e B de C e, então, a conclusão de que A se aplica a C é também necessária” (AN. POST., A 5, 75a1, 5-10).

No Livro II, dos *Analíticos Posteriores*, Aristóteles deixa claro que obter o conhecimento científico é responder à quatro questões: o que (o fato); porquê (razão/causa); se é (existência); e o que é (essência). O fato e a existência dizem respeito ao questionamento do termo médio que, uma vez apresentado, leva ao questionamento da razão e, depois, ao da sua essência (no caso, do que se trata o objeto investigado).

“Conhecer o que uma coisa é é o mesmo que conhecer a causa de sua existência. A razão disso é que a coisa possui uma causa definida, que é ou idêntica a ela ou dela distinta e que, se distinta, é ou demonstrável ou indemonstrável. Ora, no caso desta causa ser distinta e demonstrável, tem ela que ser o termo médio e ser demonstrada na primeira figura, uma vez que é [somente] nesta [figura] que a conexão demonstrada é universal e afirmativa” (AN. POST. A 8, 93a1, 5-10).

Entende-se por primeira figura o modo silogístico onde o termo médio encontra-se na posição de sujeito na premissa maior e de predicado na premissa menor⁸. Apesar de existir outros modos e figuras do silogismo científico, cabe destacar, assim como pontuou Osvaldo Porchat Pereira (2000), que a demonstração nada mais é que a expressão da causalidade e da necessidade intrínseca a um determinado conhecimento ajustada à ciência particular em estudo.

Por outro lado, em se tratando de um discurso argumentativo, existem questões que são amplamente debatidas no tocante à apreensão das verdades universais e que recaem sobre o caráter indemonstrável das premissas primeiras nos levando a conhece-las a partir da indução ou da intuição, procedimentos que são opostos ao silogismo demonstrativo – inclusive, com alguns autores associando essa proposta com o platonismo. Entre esses comentadores, existe uma menção de Reale (2012) para quem Aristóteles admite o intelecto intuitivo (do conhecimento imediato para o mediato) quando, nos *Analíticos Posteriores*, descreve a indução (ou o processo de abstração) como um princípio da ciência que nos permite assumir três elementos básicos para a demonstração: o sujeito, a definição e os axiomas (proposições)⁹.

Percebe-se, então, que concomitantemente ao debate sobre ciência encontra-se também no *Órganon* uma associação direta com as considerações sobre a essência dos seres

⁸ Assim como o exemplo utilizado acima: “Todos os homens são mortais, Sócrates...”.

⁹ Conforme Reale, “As ciências, portanto, têm princípios próprios, princípios comuns a algumas delas e princípios comuns a todas, que podem ser apreendidos por indução ou intuição e determinados por definição. Essas são as condições da mediação silogística”.

tão caras ao que é exposto em outro livro do Estagirita, qual seja a *Metafísica*. Tal inclinação compõe o escopo das indagações aristotélicas a respeito da substância (*ousía*) – baseadas nas quatro causas do ser – e que, apesar de suas grandes contribuições metodológicas, vai distanciá-lo da concepção subsequente, e até mesmo moderna e atual, sobre ciência.

Euclides e os Elementos

De acordo com Proclus, em seus *Comentários*, ao citar o *Sumário de Eudemo*, Hipócrates foi o autor do primeiro livro dos *Elementos*, seguido por Léon, Eudoxo, Hermotimus e Theudius. Contudo, Proclus, que é um neoplatônico, entende o trabalho de Euclides¹⁰, ou a sexta edição dos *Elementos*, muito mais influenciado pelo mestre da Academia do que com qualquer outro pensador, posição que ainda hoje é rodeada por uma série de controvérsias. O britânico Thomas L. Heath segue por outro caminho ao se basear na coleção de extratos matemáticos de Aristóteles recolhidos pelo dinamarquês Johan Ludvig Heiberg e afirmar que diversas mudanças realizadas por Euclides em relação aos seus antecessores devem-se à influência do Estagirita. Entre elas, citando uma extensa passagem do Livro I, dos *Analíticos Posteriores*, Heath (1956) destaca como principal o conceito aristotélico de que “cada ciência demonstrativa começa a partir de princípios necessários”.

Isso implica a adoção de termos como as definições, os princípios comuns (axiomas), hipóteses e postulados, e que se caracterizam inicialmente, a exemplo de toda ciência demonstrativa, como um princípio indemonstrável, pois, de outro modo, todos os primeiros passos da demonstração poderiam cair numa regressão infinita. Inclusive, ressalta Heath, mesmo que Heiberg considere que o significado de postulado para Aristóteles parece não ser o mesmo para Euclides, é possível assumir um significado de postulado distinto do de hipótese – o que Heiberg descarta – admitindo-o como uma suposição adequada à demonstração independentemente do consentimento de quem o está tomando como referência.

Assim, o conceito de postulado em Aristóteles:

“...parece se encaixar razoavelmente bem no de postulados de Euclides, não só em relação aos três primeiros (que ditam as três construções), mas sobretudo também nos outros dois, em que todos os ângulos retos são iguais, e que no caso de duas retas paralelas cortadas por uma reta, onde os ângulos interiores de um mesmo lado são menores que dois retos, havendo o prolongamento ilimitado de ambas, tais retas irão se encontrar justamente no lado em que os ângulos são menores que dois retos (HEATH, 1956, p. 120)”.

¹⁰ Supõe-se que o pai da geometria, assim como ficou conhecido, tenha nascido por volta de 330 a.C. Sua obra de maior destaque, que é *Os Elementos*, foi referência por quase dois mil anos tanto na matemática como na ciência de uma forma em geral.

Esse modelo de dedução a partir de princípios baseados em definições, postulados (ou hipóteses) e axiomas, vinculados tão somente aos objetos da geometria, será empregado por Euclides ao longo de quase todo os livros dos *Elementos* e, conforme as palavras de Heath, utilizado de maneira preliminar e com diferentes significados, a exemplo do que Aristóteles descreve.

Dividido em 13 livros, *Os Elementos* tal como nós o conhecemos atualmente é resultado da compilação e dos comentários realizados na Era Cristã por Pappus (-/350), que nasceu em Alexandria, e Proclus (412/485), oriundo de Constantinopla, bem como de edições posteriores do período medieval e moderno.

Em síntese, Euclides parte no Livro I de 23 definições, cinco postulados, nove noções comuns (axiomas) e dezenas de teoremas, para então chegar às provas (ou demonstrações). Aqui, caberia a pergunta: por que são essas 23 definições e não outras? E mais: por que Euclides trabalha especificamente com cinco postulados ou nove noções comuns (axiomas)?

Pois bem, talvez, a resposta mais pertinente se dê no âmbito das próprias conclusões nas quais chega o geômetra. Ou seja, ao organizar a sua estrutura dedutiva, Euclides viu nesse volume de definições, postulados e axiomas, o número suficiente de premissas que dão conta de responder às suas questões. Outro aspecto pode ser o vínculo com o contexto histórico, no sentido de que Euclides pode ter tomado como base os autores antecedentes dos *Elementos*, pois vale lembrar, segundo Robin Smith (2009), que o próprio modelo científico aristotélico se pautava por

“...disciplinas matemáticas da aritmética e da geometria, que, em seu tempo, já estavam sendo apresentadas como séries sistemáticas de deduções partindo de primeiros princípios básicos” (BARNES et al., 2009, p. 81).

Isso implica que, uma vez ordenados os conceitos através de seus princípios fundamentais, tal como aponta Stegmüller (2012) ao interpretar a axiomatização da matemática, as demais concepções da geometria euclidiana são reduzidas à série de definições então pré-estabelecidas e que levam a enunciados, ou axiomas, e esses a outros enunciados tendo como caminho a dedução lógica.

Um exemplo básico, e provavelmente o mais conhecido, é a primeira das 23 definições do livro, que foi traduzida do grego (Σημείον ἔστιν, οὐ μέρος οὐθέν) para a língua inglesa pelo britânico Thomas Taylor, em 1788, como “The point is that which has no part”. Daí seguem as demais definições que compreendem a linha, a reta, a superfície, o plano, os ângulos, a figura, o círculo e as paralelas.

No que concerne à geometria, no Livro M, da *Metafísica*, Aristóteles faz uma importante reflexão para este tema ao afirmar que os matemáticos formulam seus axiomas

sem levar em consideração a substância dos seus objetos investigados o que permite demonstrar

“...suficientemente, que os entes matemáticos não são mais substâncias do que os corpos, e que, relativamente, aos sensíveis, não são anteriores na ordem da noção e, enfim, que não podem de algum modo existir separadamente. Por outro lado, como vimos que eles também não podem existir como imanentes aos sensíveis, é evidente ou que eles não existem absolutamente, ou que só existem de certo modo e que, portanto, não existem no sentido absoluto do termo. O ser, de fato, tem múltiplos significados” (METAFÍSICA, M 2/3, 1077 b15).

Logo, como poderíamos falar do ser enquanto objetos matemáticos e seus múltiplos significados? Nesse caso, a resposta ainda encontra eco em concepções metafísicas onde Aristóteles afirma que: “Quanto mais os objetos do nosso conhecimento são anteriores na ordem da definição e quanto mais simples, tanto mais o conhecimento é exato: de fato, a exatidão não é senão simplicidade” (METAFÍSICA, M 2/3, 1078 a10). Em seguida, esclarece o Estagirita:

“Portanto, se considerarmos determinadas propriedades como separadas das outras às quais acompanham e se instituímos uma pesquisa a respeito delas considerando-as separadas, nem por isso incorreremos em erro, assim como não erra o geômetra quando traça uma linha na terra e supõe que tenha um pé de comprimento, mesmo que não o tenha: o erro não está nas premissas” (METAFÍSICA, M 3, 1078 a20).

Desse modo, uma ilustração apresentada por Euclides e que é importante ser citada, de maneira resumida, é a sequência relativa à sua primeira definição – qual seja, a de ponto – e que conduz à inferência do conceito de linha como um “comprimento sem largura” (2) e de suas extremidades como sendo pontos (3); depois, linha reta como o “que está posta por igual com os pontos sobre si mesma” (4) e a superfície como “aquilo que tem somente comprimento e largura” (5) – sendo retas as suas extremidades (6); em seguida, plano como “o que está posto por igual com as retas sobre si mesmo” (7) e o ângulo plano como a inclinação “de duas linhas no plano, que se tocam e não estão postas sobre uma reta” (8); na sequência, tem-se a figura como aquilo que “é contido por alguma ou algumas fronteiras” (14) e o círculo como “uma figura plana contida por uma linha [que é chamada circunferência], em relação à qual todas as retas que a encontram [até a circunferência do círculo], a partir de um ponto dos postos no interior da figura, são iguais entre si” (15); e, por fim, as paralelas como “retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram” (23).

Expostas as definições, Euclides, assim como todo matemático ao se preocupar em definir o seu objeto de estudo, lança seus postulados ou o que pode ser entendido como as regras de construção de tais conceitos. Assim, o geômetra grego orienta que o traço realizado de um ponto ao outro constitui uma reta (1), bem como que o seu prolongamento se dá a partir dos limites da mesma (2); que o círculo deve ser descrito a partir de um centro e de

determinada distância (3) e que os ângulos retos são sempre iguais entre si (4). E ainda: no caso de duas retas paralelas cortadas por uma reta, onde os ângulos interiores de um mesmo lado são menores que dois retos, havendo o prolongamento ilimitado de ambas, tais retas irão se encontrar justamente no lado em que os ângulos são menores que dois retos (5).

Como complemento aos postulados, Euclides incrementa as regras de construção com nove noções comuns (ou axiomas)¹¹ que reforçam as orientações previamente formuladas – embora ocorra certa diferenciação nos *Elementos*, atualmente, axiomas e postulados têm o mesmo significado e função. Os axiomas são os seguintes: “As coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si” (1); “E, caso sejam adicionadas coisas iguais a coisas iguais, os todos são iguais” (2); “E, caso de iguais serem subtraídas de iguais, as restantes são iguais” (3); “E, caso iguais sejam adicionadas a desiguais, os todos são desiguais” (4); “E os dobros da mesma coisa são iguais entre si” (5); “E as metades da mesma coisa são iguais entre si” (6); “E as coisas que se ajustam uma à outra são iguais entre si” (7); “E o todo é maior do que a parte” (8); e “Duas retas não contêm uma área” (9).

Finalmente, Euclides dá prova de suas premissas neste primeiro Livro através de 48 teoremas¹² que vão desde exercícios compreendendo a construção de “um triângulo equilátero sobre a reta limitada dada” (1), ou seja entre dois círculos interpostos a partir de seus respectivos centros, passando pela construção, no ângulo retilíneo dado, de um “paralelogramo igual à retilínea dada” (45), até o caso em que “o quadrado sobre um dos lados de um triângulo seja igual aos quadrados sobre os dois lados restantes do triângulo”, e que “o ângulo contido pelos dois lados restante do triângulo” seja reto (48).

Do Livro I até o VI, em geral, Euclides cuidará de apresentar os fundamentos da geometria plana; nos Livros VII, VIII e IX o conteúdo tratado será sobre aritmética, ou segundo Irineu Bicudo, a teoria dos números inteiros; os livros restantes abordarão aspectos da geometria espacial. Ao longo dos Livros, são incluídos também corolários¹³ e lemas¹⁴ sendo que os Livros VIII, IX, XII e XIII, não contam com definições e são apresentados diretamente a partir dos teoremas.

¹¹ Segundo Osvaldo Pessoa Jr. (2010), esses axiomas, em notação moderna, podem ser reduzidos em apenas cinco, sendo eles: A1) Se $A=B$ e $B=C$, então $A=C$; A2) Se $A=B$ e $C=D$, então $A+C = B+C$; A3) Se $A=B$ e $C=D$, então $A-C = B-C$; A4) Figuras coincidentes são iguais em todos os seus aspectos; A5) O todo é maior do que qualquer de suas partes.

¹² De acordo com o Dicionário Michaelis: Substantivo masculino cuja origem vem da palavra grega *theoréma* e que significa “Qualquer proposição que, para ser admitida ou se tornar evidente, precisa ser demonstrada”.

¹³ Substantivo masculino cuja origem vem da palavra latina *corollariu* e que significa “1 Afirmação deduzida de uma verdade já demonstrada. 2 Consequência. 3 **Mat** Teorema que se deduz com muita facilidade de outro precedente”.

¹⁴ Nas palavras de João Lima: “Pré-teorema, Proposição provada usada como trampolim para provar teorema”.

Deste modo, a obra *Os Elementos* compreende toda a abordagem fundamental da geometria chamada elementar (régua e compasso) e se encerra, tendo iniciado com a definição de ponto, com a construção das últimas figuras ou dos cinco sólidos regulares, quais sejam: o tetraedro, o hexaedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.

Silogismo demonstrativo e a geometria euclidiana

Se tomarmos como referência a abertura do Livro I, dos *Analíticos Posteriores*, fica evidente que Aristóteles se baseia nas ciências matemáticas para fundamentar o conhecimento por demonstração. É o caso da universalidade da soma interna de um triângulo ser igual a dois ângulos retos (ou 180°) ou quando, ao citar os primeiros princípios como indispensáveis para se chegar ao conhecimento científico, tendo como alicerce premissas caracterizadas por proposições verdadeiras, o exemplo vem da incomensurabilidade da diagonal do quadrado¹⁵ no sentido de que é “impossível conhecer o que é contrário ao fato” (AN. POST. A 2, 71b1, 25-30).

Condição básica e indispensável para a demonstração, a aplicação primária e universal, ou *per se*, de um predicado ao sujeito que se procura demonstrar é outra regra que Aristóteles apresenta a partir de exemplos da matemática:

“Um predicado *per se* é idêntico àquele que pertence ao seu sujeito *enquanto ele mesmo*. Por exemplo, *ponto e reta* pertencem *per se* a *linha*, porque também pertencem a ela *enquanto linha*” (AN. POST. A IV, 73b1, 30-35).

Ainda em se tratando daquilo que é maior (universal) e anterior em extensão no que diz respeito ao predicado do sujeito a ser demonstrado, temos a noção das retas perpendiculares que, cortadas por uma linha reta idêntica, nunca se encontram caso a soma de seus ângulos sejam iguais a dois retos. Também nessa situação o sujeito da demonstração se constitui na perpendicularidade e não na igualdade de ângulos retos que poderia ser aplicada ao triângulo (referente ao 5º postulado, aqui temos uma discussão proeminente quanto a Euclides tomar outro sentido que não o da perpendicularidade).

Contudo, mais adiante, Aristóteles faz uma ressalva muito importante ao esclarecer que os princípios adotados nas ciências demonstrativas se distinguem em: peculiares e comuns. O primeiro diz respeito à definição de ponto, linha e reta; e o segundo, a proposições do tipo “quando tomamos iguais de iguais, os restos são iguais” (AN. POST. A 10, 76b1). Assim, os primeiros princípios considerados peculiares são sujeitos nas quais deve se supor

¹⁵ Isso significa que se mede a diagonal a partir dos lados do quadrado e não o contrário, pois se a diagonal for menor que um dos lados não se tem um quadrado.

tanto a existência quanto o significado (predicados essenciais), enquanto que os princípios comuns demonstram a existência e a conclusão (imediate) desses sujeitos.

Guardadas algumas singularidades é notável, tal como aponta Thomas L. Heath, que as relações de igualdade (ou universalidade) assinaladas por Aristóteles também estão presentes nas definições, postulados e axiomas, apresentadas por Euclides. Voltaremos aos esclarecimentos sobre esses termos, mas antes vale destacar algumas particularidades de caráter histórico relativas ao geômetra alexandrino.

Euclides parece ter produzido sua obra matemática em torno de 300 a.C., de acordo com relatos que se referem ao primeiro Ptolomeu e à seguinte pergunta: se existia uma maneira mais fácil de se aprender geometria, no qual o rei ouviu do sábio que não havia caminho real para esse tipo de conhecimento. Naquele momento, a chamada Escola de Alexandria – centralizada no Egito, mas com o propósito de unificar o mundo antigo (o Oriente, inclusive) tendo como base a cultura grega – se firmava como importante centro cultural e de produção científica.

“Cientistas e pensadores de todos os países ficavam hospedados no *Museu* e tinham à sua disposição um material científico e bibliográfico excepcional para o tempo. Ao *Museu* foi depois acrescentada a biblioteca, cujo primeiro núcleo, diz-se, foi formado pelas obras de propriedade de Aristóteles, e que depois se tornou riquíssima, até compreender 700.000 volumes” (ABBAGNANO, 2007. p. 24).

Com isso, pode-se sugerir que Euclides – assim como outros pensadores da estirpe de Arquimedes, Apolônio, Hiparco e Erastóstenes – deve ter tido algum contato com a obra aristotélica ou que, então, não tivesse passado sem conhecer ao menos a parte essencial das reflexões realizadas pelo Estagirita, que morreu em 322 a.C. Por outro lado, apesar de reunir farto material produzido na era clássica grega, Alexandria acabou marcando a separação definitiva entre a filosofia e a pesquisa científica, relegando à essa última avanços metodológicos e de sistematização de resultados, enquanto que à primeira o surgimento de escolas como o Epicurismo, Estoicismo, Ceticismo e o Ecletismo.

Essa divisão coloca mais uma vez em posição delicada a afirmação de que Euclides tomou emprestado com fervor questões filosóficas aplicadas à matemática. Mas, dado o caráter dedutivo de sua metodologia, até onde é possível dizer que a lógica aristotélica está presente nos *Elementos*?

Em primeiro lugar, é preciso avaliar as considerações de Proclus, um neoplatônico que em seus *Comentários* acentua uma grande influência do mestre da Academia nos *Elementos* e diz que Euclides assume silogismos de todos os tipos, sendo alguns deles provenientes de causas, mas outros oriundos de certas figuras. Proclus defende também que Euclides utiliza-se do caminho dialético pela divisão das formas, embora parta de definições e de razões

essenciais. Isso levaria à verdade científica, afastando a pesquisa matemática daquilo que Euclides, de acordo com o neoplatônico, denunciava como πσευδαξίος, ou falácias. Isso porque a matemática consistiria de hipóteses (segundo a doutrina platônica, diz Proclus) que são demonstradas a partir de proposições definidas por princípios.

“Em primeiro lugar, portanto (como já disse), os princípios da instituição geométrica devem ser distinguidos de suas consequências, o que é realizado por Euclides em cada um dos seus livros; uma vez que, antes de cada tratado, apresenta os princípios comuns em hipóteses, postulados e axiomas” (PROCLUS, 1788, cap. VIII, p. 107).

Ao citar Aristóteles, remetendo-se aos *Analíticos Posteriores*, Proclus diz que os princípios comuns não levam em consideração as diferenças existentes entre hipóteses, postulados ou axiomas, mas, sim, “o que é assumido no fim de um princípio”, que é reconhecido por aquele que o aprende como verdadeiro por si só e, assim, o toma como um axioma a exemplo da afirmação de que “coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si” (tal como registra a primeira das nove noções comuns presente nos *Elementos*). Porque quando esse princípio não é automaticamente evidente é necessário presumi-lo sem qualquer conhecimento anterior assim como quando supomos que o “círculo é um tipo de figura particular” e, então, partimos de uma hipótese; da mesma forma que se esse princípio não for apreendido, nem admitido previamente, deve-se assumi-lo a partir de algum postulado tal qual o de que “todos os ângulos retos são iguais” (nesse caso, o quarto postulado dos *Elementos*).

Para Thomas L. Heath (1981), a teoria da proporção, que é tomada por Euclides na definição 4, do Livro V (“Magnitudes são ditas ter uma razão entre si, aquelas que multiplicadas podem exceder uma a outra”), e cujo os princípios fundamentais se coadunam com o Método de Exaustão, também visto em Eudoxo, parecia já ser familiar a Aristóteles. Heath defende que as ideias do Estagirita foram de grande importância para a concepção dos *Elementos*, onde a questão dos primeiros princípios, exposta nos *Analíticos Posteriores*, tem um papel indiscutível.

“Quando ele [Aristóteles] fala, geralmente, da demonstração em ciências, suas ilustrações são, sem dúvida, principalmente matemáticas, porque eram as mais apropriadas que ele tinha à disposição. Ele dá as distinções claras entre axiomas (que são comuns a todas as ciências), definições, hipóteses e postulados (que são diferentes para diferentes ciências, uma vez que dizem respeito ao objeto da ciência particular). Se excluirmos dos axiomas de Euclides (1) o pressuposto de que duas linhas retas não contêm uma área, que é interpolado, e (2) o chamado ‘axioma das paralelas’, que é o quinto postulado, a explicação de Aristóteles desses termos se encaixa muito bem na classificação de Euclides” (HEATH. 1981, p. 336).

Outra convergência do silogismo demonstrativo com a estrutura dos *Elementos* que é notada por Heath diz respeito aos diversos termos que Aristóteles emprega para axioma entre os quais “coisas comuns”, “axiomas comuns”, “opiniões comuns” e “noções comuns” (κοινὰ ἔννοιαι), sendo que esse último foi também adotado por Euclides – cujo axioma mais frequente

na sua obra, que é o de número 3 (“E, caso de iguais sejam subtraídas iguais, as restantes são iguais”), se refere a uma citação particular de Aristóteles. Contudo, diz Heath, Aristóteles não apresenta qualquer exemplo de um postulado geométrico, o que significa que tais inferências expostas nos *Elementos* são todas próprias de Euclides; e se, no que diz respeito às definições ambos pensadores entendem que as mesmas não reclamam existência apenas requerem ser entendidas para serem provadas, e que as hipóteses de um geômetra não são falsas sendo que suas ilustrações apenas servem de diagrama para suas inferências, no tocante aos teoremas as indicações de provas de Aristóteles se diferem daquelas que são encontradas em Euclides.

Nos manuscritos dos *Elementos*, afirma Fabio Acerbi (2013), postulados é descrito pela palavra grega αἰτήματα. Seguindo a tradição antiga, Acerbi divide os cinco postulados em dois grupos distintos: sendo os três primeiros como regras básicas de construção e os dois últimos como afirmações sobre propriedades particulares dos objetos geométricos. Nos *Analíticos Posteriores*, axioma (ou ἀξιώματα) é qualificada como noções comuns (κοινά), embora ocorra outras duas distinções que não são muito claras na opinião de Acerbi. São elas: ὑποθέσεις e αἰτήματα, onde Aristóteles define postulado como aquilo que não está de acordo com a opinião do estudante. Tal análise diz respeito ao seguinte trecho:

“Assim, qualquer proposição demonstrável que um professor supõe sem demonstra-la, uma vez que o estudante a aceite, é uma hipótese, uma hipótese que não é absoluta, mas relativa ao estudante; a mesma suposição, todavia, se feita quando o estudante carece de opinião ou detém opinião contrária acerca dela, é um postulado. Esta é a diferença entre uma hipótese e um postulado – este é o contrário da opinião do estudante ou qualquer proposição demonstrável que é suposta e usada sem ser demonstrada” (AN. POST. A 10, 76b1, 25-35).

Em seguida, ὑποθέσεις é colocada em oposição a ὅροι, uma vez que a primeira possui uma estrutura proposicional, enquanto que a segunda necessita ser compreendida. Para Aristóteles, a exemplo do que vemos em Euclides, hipóteses e postulados são universais ou particulares, mas as definições não se enquadram nesse perfil – o que vem ao encontro do que é afirmado tanto na *Metafísica* quanto nos *Analíticos Posteriores* de que o geômetra não faz uso da falsidade ao inferir sobre um objeto da qual não é atestada a sua existência. Aliás, esse é o caminho seguido a partir da definição de ponto e de todas as demais que abrem Os *Elementos*.

Acerbi considera ainda que Proclus vê uma nítida correspondência entre o conceito aristotélico de ὑποθέσεις, αἰτήματα e ἀξιώματα, e os princípios adotados por Euclides. Visão que foi adotada por pensadores como Heath, ao aceitarem tais semelhanças nos três primeiros postulados euclidianos, mas que encontrou recentemente uma série de objeções entre pesquisadores que não enxergam qualquer ligação entre os textos de Aristóteles e os postulados euclidianos.

O próprio Acerbi, a partir de uma minuciosa pesquisa semântica, demonstra que, apesar de algumas afinidades, não existe correspondência nas terminologias apresentadas por Aristóteles com o que é apresentado nos *Elementos*, inclusive em textos nas quais ele considera negligenciados como os *Tópicos*.

“A divisão tripartite de princípios encontrada nos *Elementos* e aquela (s) proposta por Aristóteles não correspondem, e de fato não poderiam corresponder. Não é motivo de surpresa, então, que ele não mencione ‘postulados’ tal como conhecemos a partir da tradição matemática e que ele usa esse termo para caracterizar alguns princípios com base em um critério dialético como o grau de adesão manifestado por algum estudante” (ACERBI, 2013, p. 684-685).

Segundo Acerbi, se levarmos ao pé da letra o que Aristóteles propõe nos *Primeiros Analíticos*, por exemplo, no que diz respeito aos três primeiros axiomas dos *Elementos*, somos levados a supor que não se tratam de princípios e, sim, de um estilo matemático falacioso pautado numa petição de princípio¹⁶.

Nesse caso, são evidentes as observações de Heath sobre certos teoremas do Livro I como também sendo passíveis de cair nesse mesmo problema. São eles o de número 5 (“Os ângulos junto à base do triângulo isósceles são iguais entre si, e, tendo sido prolongadas ainda mais as retas iguais, os ângulos sob a base serão iguais entre si”), o 27 (“Caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça ângulos alternos iguais entre si, as retas serão paralelas entre si”), o 28 (“Caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça o ângulo exterior igual ao interior e oposto e no mesmo lado iguais a dois retos, as retas serão paralelas entre si”) e o 29 (“A reta, caindo sobre as retas paralelas, faz tanto os ângulos alternos iguais entre si quanto o exterior igual ao interior e oposto e os interiores e no mesmo lado iguais a dois retos”).

Ou seja, através de uma concepção aristotélica, assim como já foi exposto anteriormente, Euclides em alguns momentos trata como sujeito predicados acidentais e não universais destoando-se do conceito de demonstração preconizado pelo silogismo científico.

Independente dessas discrepâncias, podemos ainda enumerar outras similaridades entre o conteúdo disposto nos *Elementos* e o que foi escrito por Aristóteles em obras como a *Metafísica*. Tomemos como exemplo o conceito de ponto que em Aristóteles se baseia no seguinte comentário: “Certamente não se pode dividir em dois o ponto, que é indivisível” (METAFÍSICA, B 5/6, 1002 a5). Contudo, aqui, não seria recomendável levar a cabo tais comparações, pois, mesmo diante de certa familiaridade, pode-se enumerar uma série de diferenças entre ambas as abordagens, principalmente, em relação aos princípios em que cada um deles se apoia em suas afirmações – enquanto Euclides estabelece sua definição

¹⁶ Redundância.

tendo em vista a base para o seu projeto matemático, Aristóteles está discorrendo sobre seus conceitos de geração e corrupção.

Vale lembrar mais uma vez que os *Elementos* de Euclides é o sexto livro do gênero e que Aristóteles, assim como informa Proclus, baseou seus estudos de geometria no quinto deles, escrito por Theudius. Destarte, levando em consideração o contexto histórico da Escola de Alexandria, Euclides deve ter sido influenciado tanto pela doutrina platônica quanto pela aristotélica – o que, independentemente dos fatos, só engrandece a importância desses dois incomparáveis nomes do pensamento ocidental na história da ciência.

Conclusão

Enquanto os textos de Aristóteles estão repletos de referências à geometria, Os *Elementos* se constituem como uma obra essencialmente matemática, sem qualquer caráter filosófico explícito. Por outro lado, David Ross destaca a doutrina aristotélica referentes aos pressupostos científicos, presente no *Analíticos Posteriores* e, também, na *Metafísica*, como fundamental nos *Elementos* e afirma que “Tais pressupostos sobre a ciência provocam uma comparação com os pressupostos estabelecidos por Euclides”.

Para Ross, isso se daria em razão do movimento proposto por Aristóteles no sentido de tomar aquilo que é menos conhecido em direção ao mais inteligível, bem como daquilo que é mais familiar até o menos conhecido. Assim,

“Aristóteles tem claramente a ideia de uma ciência que não está mais em sua primeira etapa, a da investigação, mas que se caracteriza pelo desenvolvimento capaz de apresentar uma forma contínua de exposição” (ROSS, 2004, p. 43).

Esse modelo, reforça o pensador britânico, é notadamente influenciado (ou tomado) da geometria, inclusive, é o que se vê em quase todos os exemplos de proposições e provas apresentados no primeiro livro dos *Analíticos Posteriores*, assim como no uso da palavra axioma – que Euclides se apropriou, em seguida, como noções comuns. Ross também aponta que o conceito aristotélico de $\acute{\omicron}\pi\sigma\mu\omicron\iota$ (definições) corresponde ao de $\acute{\omicron}\rho\omicron\iota$ em Euclides e o de hipóteses, de certa maneira, ao de postulados na obra do geômetra.

O fato é que diversos comentadores contemporâneos dão como certo que Euclides incrementou e reformulou muitos conceitos já conhecidos na geometria de seu tempo, no entanto a importância da iniciativa realizada pelo matemático grego pode ser melhor compreendida através das palavras do filósofo austríaco Wolfgang Stegmüller:

“A primeira construção puramente axiomática de uma ciência deu-se com a axiomatização da geometria, realizada por Euclides. Modernamente, o método axiomático sofreu uma reinterpretação. Durante mais de 2.000 anos entendia-se que os axiomas seriam princípios “claros por si mesmos”, isto é,

juízos evidentes. Já os enunciados obtidos a partir deles por dedução lógica seriam de evidência mediata. Originariamente, julgou-se que toda ciência poderia ser construída axiomáticamente; mais tarde, a axiomatização reduziu-se ao conhecimento matemático” (STEGMÜLLER, 2012, p. 275).

É importante lembrar ainda que, apesar da relação com a matemática, Aristóteles, como ressalta Osvaldo Pessoa Júnior (2010), influenciou a ciência muito mais por seu trabalho em biologia do que pelas suas referências à geometria¹⁷. Segundo Pessoa Júnior, deve-se destacar que Aristóteles, mesmo com os erros presentes nos seus conceitos de anatomia, fisiologia humana e botânica, teve grande êxito nas suas observações zoológicas onde:

“Esboçou uma classificação dos seres vivos, organizando uma ‘escala da natureza’, partindo das plantas, passando pelas esponjas, águas-vivas, moluscos, até o outro extremo, com mamíferos e o homem. Em sua discussão sobre a reprodução, analisou a questão de se a semente contém todas as partes do progenitor adulto (a ‘pangênese’ dos atomistas e de alguns médicos), e concluiu que não” (JÚNIOR, 2010, Cap. VI, p. 2).

Por fim, é possível salientar, seja considerando aparentes ou efetivas as relações existentes entre o silogismo demonstrativo e *Os Elementos*, que Aristóteles é um pensador que indiscutivelmente fez filosofia, enquanto que Euclides um sábio que se deteve em aperfeiçoar o domínio da matemática – e que ambos tiveram um papel indiscutível na aplicação do método dedutivo em suas respectivas investigações.

Referências

- ABBAGNANO, NICOLA. Dicionário de Filosofia. Tradução: Alfredo Bosi. Rev. e trad.: Ivone Castilho Benedetti. 5ª edição rev. e ampliada. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- ACERBI, FABIO. Aristotle and Euclid's Postulates. *The Classical Quarterly*, Volume 63, Issue 2, December 2013, pp 680-685.
- ARISTÓTELES. *Metafísica*. Tradução de Giovanni Reale, São Paulo: Editora Loyola, 2014.
- ARISTÓTELES. *Órganon*. Tradução de Edson Bini, São Paulo: Editora Edipro, 2010.
- ARISTOTLE. *The Organon*. Translation: Octavius Freire Owen, London: George Bell and Sons, 1899.
- AUDI, ROBERT. Dicionário Akal de Filosofía. Traducción: Huberto Marraud y Enrique Alonso. Madrid: Ediciones Akal, 2004.
- BARNES, JONATHAN (Org.). *Aristóteles*. Tradução: Ricardo Hermann Ploch Machado. São

¹⁷ Mesmo levando em consideração a crítica contundente de Hankinson (Barnes et al., 2009) direcionada a aplicação do silogismo demonstrativo à biologia aristotélica onde afirma que “se alguém tem expectativas de deparar-se com tais deleites euclidianos, ficará dolorosamente desapontado. Os tratados científicos de Aristóteles parecem ou uma compilação de argumentos mais ou menos informais ou, de maneira ainda mais deprimente, mixórdias de ‘fatos’ estranhos, maravilhosos e frequentemente bem inacreditáveis sobre os habitantes de algum particular domínio”.

Paulo: Ideias e Letras, 2009.

BARNES, JONATHAN. *Complete Works of Aristotle*. Princeton: Princeton University, 1984.

EUCLIDES. Os Elementos. Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: Unesp, 2009.

HEATH, THOMAS L. *A History of Greek Mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 1981.

HEATH, THOMAS L. *The Thirteen Books of the Euclid's Elements*. Nova York: Dover Publication, 1956.

HINTIKKA, J. & REMES, U. Pappus, Coleção Matemática. In "A análise geométrica antiga e a lógica moderna", Cadernos de História e Filosofia da Ciência 4. 1983, pp. 28-47, tradução de Walter Carnielli.

JUNIOR, OSVALDO PESSOA. Teoria do Conhecimento e Filosofia da Ciência, cap. III, pág. 12, 2010. Disponível em: <http://www.fflch.usp.br/df/opessoa/TCFC1-10.htm>.

JÚNIOR, OSVALDO PESSOA. A ciência aristotélica e seus sucessores. Cap. VI, p. 2, 2010. Disponível em: <http://www.fflch.usp.br/df/opessoa/TCFC1-10.htm>.

LIMA, JOÃO PAULO. Matemática Discreta. UFRP, Departamento de Estatística e Informática. 2013. Disponível em: http://www.cin.ufpe.br/~jpsml/ufrpe/06203lc1/matematica_discreta_aula_02.pdf.

PEREIRA, OSVALDO PORCHAT. *Ciência e Dialética em Aristóteles*. São Paulo: Unesp, 2000.

REALE, GIOVANNI. *Introdução a Aristóteles*. Tradução: Eliana Aguiar. Rio de Janeiro: Contraponto, 2012.

ROSS, SIR DAVID WILLIAM. *Aristotle*. 6th edition. London: Routledge, 2004.

SANTOS, A. R. Metodologia Científica e a construção do conhecimento. Rio de Janeiro: DP&A, 2006.

STEGMÜLLER, WOLFGANG. A filosofia contemporânea: introdução crítica/Wolfgang Stegmüller; [tradução: Adaury Fiorotti e Edwino A. Royer, et alii.]. – 2. ed. – Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2012.

TAYLOR, THOMAS. Comentários de Proclus sobre os Elementos de Euclides. Londres, 1788.

DICIONÁRIO MICHAELIS ONLINE. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br>, último acesso: 10/03/2016, 13:01.

Contato: lbfa2005@gmail.com e oblinhares@uol.com.br