

ESTUDO COMPARATIVO DE ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO PARA AJUSTES COMPUTACIONAIS DE TRÂNSITOS EXOPLANETÁRIOS

Veridiana Ciavaglia Lopes (IC) e Prof. Dr. Luciano Silva (Orientador)

Apoio: PIBIC Mackenzie

RESUMO

O método de trânsitos planetários é um dos métodos possíveis para detecção de exoplanetas. A análise computacional dos dados coletados por instrumentos astronômicos que buscam exoplanetas por análise de trânsitos como, por exemplo, o instrumento Kepler (NASA), pode ser feita por algoritmos determinísticos. Um dos principais motivos para o uso destes algoritmos é sua simplicidade de implementação. Porém, a sua aplicação em grandes volumes de dados tem demonstrado grande perda de eficiência. Este trabalho visa a verificar esta perda de eficiência, através de um estudo comparativo de três algoritmos fundamentais para detecção de exoplanetas: Lomb-Scargle, BLS (Box Fitting) e Plavchan.

Palavras-chave: Trânsitos Planetários, Detecção de trânsitos, Astroinformática.

ABSTRACT

The planetary transit method is frequently used in exoplanets detection. Given the simplicity of implementation, deterministic algorithms are frequently applied for transit detection in data collected by astronomical instruments that look for exoplanets using transit analysis such as Kepler (NASA). Despite the advantage of easy implementation, the application of deterministic algorithms in large amount of data has presented substantial loss of efficiency. This work aims to verify this loss of efficiency through a comparative study of three fundamental algorithms for the detection of exoplanets: Lomb-Scargle, BLS (Box Fitting) and Plavchan.

Keywords: Planetary Systems, Transit Detection, Astroinformatics.

1. INTRODUÇÃO

Um exoplaneta é um planeta que orbita qualquer estrela que não seja o Sol, ou seja, um planeta extra-solar. A busca por exoplanetas tem evoluído nos últimos anos, impulsionada por missões como a do satélite Kepler e a busca por planetas que possam abrigar vida. O satélite Kepler utiliza o método dos trânsitos planetários, uma das muitas técnicas de detecção de exoplanetas. Através de telemetria, o Kepler observa variações de brilhos de cerca de 145.000 estrelas na Constelação de Cisne. Os dados gerados por estas observações são chamados curvas de luz e podem utilizadas para obter diversos parâmetros a respeito da estrela e de possíveis planetas que a orbitem. O tamanho da curva de luz, dependendo da cadência de observação, pode gerar muitos pontos (BASILE *et. al*, 2015), o que justifica a utilização de métodos computacionais para colaborar no processamento.

Para identificar a existência de um trânsito planetário em uma curva de luz, os métodos computacionais podem buscar periodicidades ou decaimentos nas curvas de luz. Existem três métodos computacionais determinísticos para análise de curvas de luz: *Box Least Squares* (BLS), Lomb-Scargle e Plavchan. O tempo de processamento para grandes curvas de luz com algoritmos determinísticos pode ser bastante elevado, da ordem de dias (BASILE *et. al*, 2015). Assim, o desenvolvimento de estudos comparativos entre estes métodos é de grande interesse tanto do ponto de vista computacional quanto para aplicações em Astronomia e Astrofísica.

Dentro deste contexto, este trabalho apresenta um estudo comparativo de eficiência dos algoritmos Lomb-Scargle, BLS e Plavchan. Foram utilizados algoritmos implementados em Python, acessados através de uma interface Web, com dados provenientes da Missão Kepler da NASA.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Fundamentos Teóricos de Curvas de Luz

A Fotometria (SEAGER, 2010) é o ramo da óptica que se preocupa em medir a luz, em termos de como seu brilho é percebido por um dispositivo de captura como, por exemplo, um satélite de observação astronômica. A Fotometria também é utilizada na Astronomia, na observação de estrelas, pela percepção da diminuição da luz por elas emitida. Através de processos de otimização, é possível descobrir novos planetas e saber informações como rotação, translação, distância da estrela e satélites.

Técnicas de Fotometria têm sido aplicadas com sucesso na detecção e caracterização de exoplanetas (PERRYMAN, 2014), que são planetas orbitando outras estrelas que não sejam o Sol. O Método dos Trânsitos Planetários é uma das técnicas fotométricas de identificação de exoplanetas mais utilizada nos observatórios mundiais.

O trânsito planetário é um fenômeno que consiste na passagem de um planeta, durante sua órbita, exatamente entre a estrela e o observador (PERRYMAN, 2014). Quando isso ocorre, o brilho aparente da estrela diminui um pouco, pois uma pequena fração de sua superfície permanece temporariamente oculta, como ilustrado na Figura 1, alterando a sua curva de luz percebida.

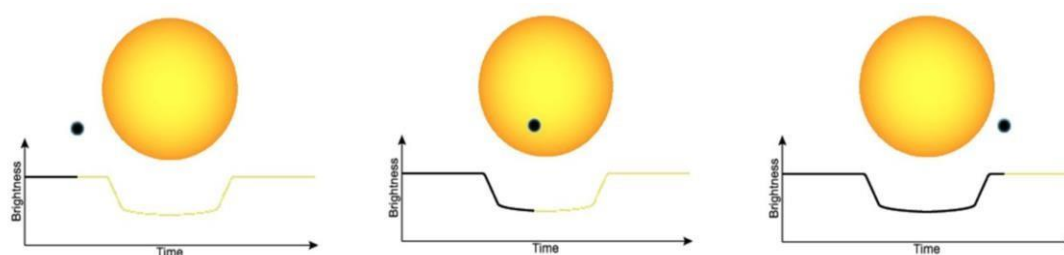


Figura 1: trânsito planetária e sua respectiva curva de luz. **Fonte:** (Perryman, 2014).

Este fenômeno é considerado como um método próprio de investigação de atividade estelar, uma vez que pode ser combinado à análises de curvas de luz. A análise das curvas de luz de uma estrela permite:

- detectar a ocorrência de exoplanetas orbitando a estrela e
- a partir da detecção, estimar parâmetros como raio do planeta, massa, fator de impacto, dentre outros

Um dos grandes observadores de trânsitos planetários é a sonda Kepler (KEPLER, 2015), que consiste em um observatório espacial projetado pela NASA que deverá procurar por planetas extra-solares. Para esta finalidade, a sonda deverá observar as 100.000 estrelas mais brilhantes do céu por um período de quatro anos, a fim de detectar alguma ocultação periódica de uma estrela por um de seus planetas.

O objetivo da missão é explorar a estrutura e a diversidade dos sistemas planetários. Para atingir este objetivo, um grande número de estrelas deverão ser observadas. Esta missão vai procurar:

- Determinar quantos planetas do tipo da Terra e de grandes planetas existem nas proximidades da região habitável(*) de um amplo espectro variável de estrelas.
- Determinar o tamanho das órbitas deste planetas.
- Estimar quantos planetas existem em sistemas de múltiplas estrelas.

- Determinar o tamanho e o tipo da órbita, brilho, tamanho, massa e densidade dos planetas gigantes de período curto.
- Identificar membros adicionais a cada descoberta de um sistema planetário, fazendo o uso de outras técnicas.
- Determinar as propriedades das estrelas que hospedam sistemas planetários.

A análise de uma curva de luz gerada pelo observatório Kepler passa por alguns estágios. O primeiro estágio consiste em eliminar os possíveis (e usuais) ruídos obtidos das medições (PERRYMAN, 2014). A Figura 2 ilustra um exemplo típico de uma fotometria com ruído:

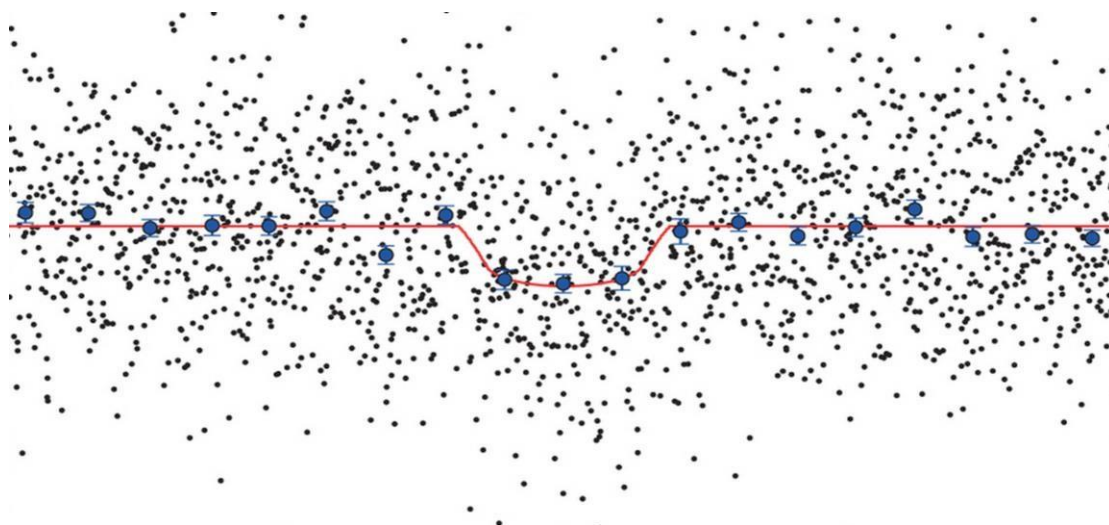


Figura 2: Fotometria da estrela Kepler 37, com alto nível de ruído. Fonte: (KEPLER, 2015)

Nesta figura, a linha vermelha representa a curva real de luz da estrela Kepler 37. Porém, devido aos potenciais ruídos que podem ocorrer nas medições e recebimento do sinal na Terra, a curva de luz torna-se um emaranhado de pontos. Assim, técnicas de processamento digital de sinais podem ser necessárias para atenuar estes ruídos.

Uma vez que os ruídos estejam atenuados, o processo de estimação da curva de luz experimental fica mais preciso, conforme mostrado na Figura 3 (SIRCA, 2012):

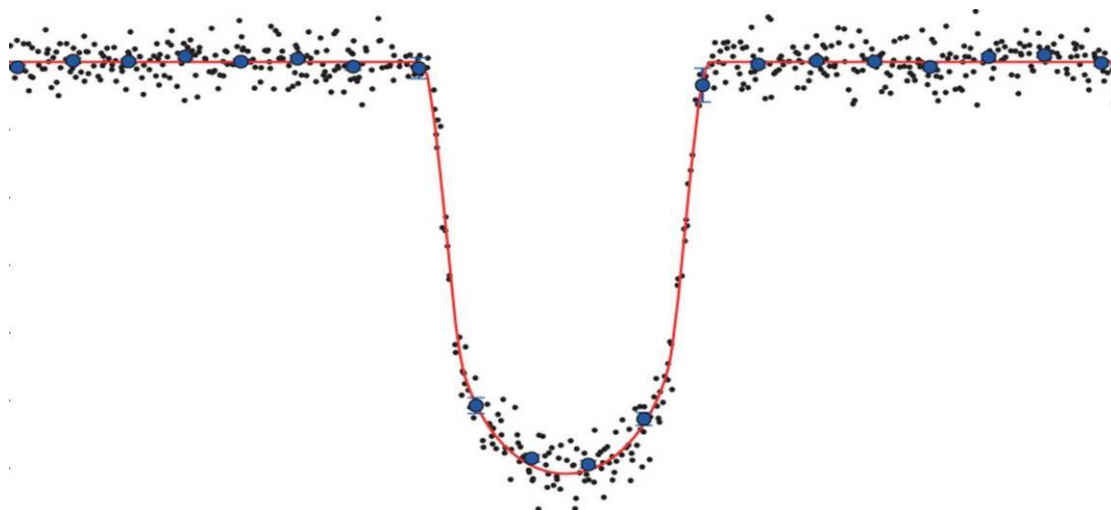


Figura 3: Fotometria com atenuação de ruído da estrela Kepler 37, com curva de luz (em vermelho) indicada. **Fonte:** (KEPLER, 2015)

A obtenção das curvas de luz a partir dos dados de Fotometria é conhecida como ajuste da curva de luz e configura-se como um problema de otimização computacional. Os principais métodos para se resolver este problema de otimização estão relacionados abaixo (CHONG, 2013; SIRCA, 2012):

- Método de Gauss-Newton
- Método de Levenberg
- Método de Marquardt

Mesmo que tais métodos sejam amplamente usados, não existe um estudo comparativo de suas complexidades experimentais e convergências para dados reais de observação, como aqueles gerados pelo observatório Kepler. Assim, é de grande interesse tanto em Ciência da Computação quanto em Astronomia este estudo comparativo, principalmente para subsidiar escolhas para grandes volumes de curvas de luz.

3. METODOLOGIA

No início deste projeto, foi perseguido um estudo geral de temas astrofísicos focado em exoplanetas, curvas de luz e algoritmos de detecção de trânsitos planetários, através de pesquisas e estudo da qualificação de mestrado de um dos membros do Centro de Rádio Astronomia e Astrofísica Mackenzie (CRAAM), (BASILE, 2016).

O trabalho seguiu com a configuração de máquinas virtuais para execução do sistema operacional Linux, onde foi utilizado o canal Astroconda, que disponibiliza ferramentas e utilidades necessárias para a análise de dados astronômicos, para instalar o módulo IRAF,

específico para análise de curvas de luz da Missão Kepler (NASA), possibilitando a criação de ambientes próprios para a execução destas aplicações. As implementações foram realizadas em Python, linguagem bastante comum para implementação sistemas astronômicos e astrofísicos, que foram testadas com dados observacionais do Observatório Kepler (NASA).

Posteriormente foi dada ênfase a criação de Python Notebooks para a simulação de curvas de luz sintéticas utilizando o módulo "Basic Transit Model Calculation in Python" (KREIDBERG, 2015), e testes de diferentes exemplos de possíveis curvas de luz.

Abaixo estão demonstrados os testes de geração de curva de luz usando o módulo citado anteriormente com diferentes parâmetros de *limb-darkening*, que refere-se à queda de intensidade na imagem de uma estrela à medida que um se move do centro da imagem para as "bordas" da imagem. Isto ocorre devido à queda de densidade e temperatura à medida que um afasta-se do centro.

O primeiro teste foi realizado simulando uma curva de luz com um parâmetro de *limbdarkening* quadrático:

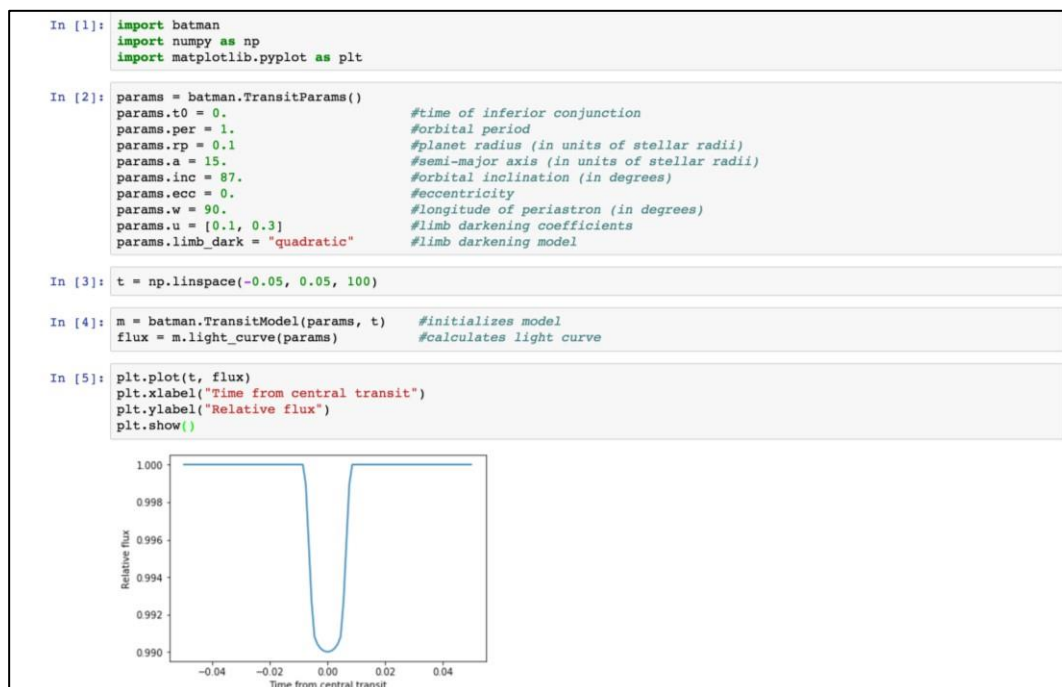


Figura 4: teste utilizando Python Notebooks com limb-darkening quadrático.

O segundo teste foi realizado simulando uma curva de luz com um parâmetro de *limbdarkening* exponencial:

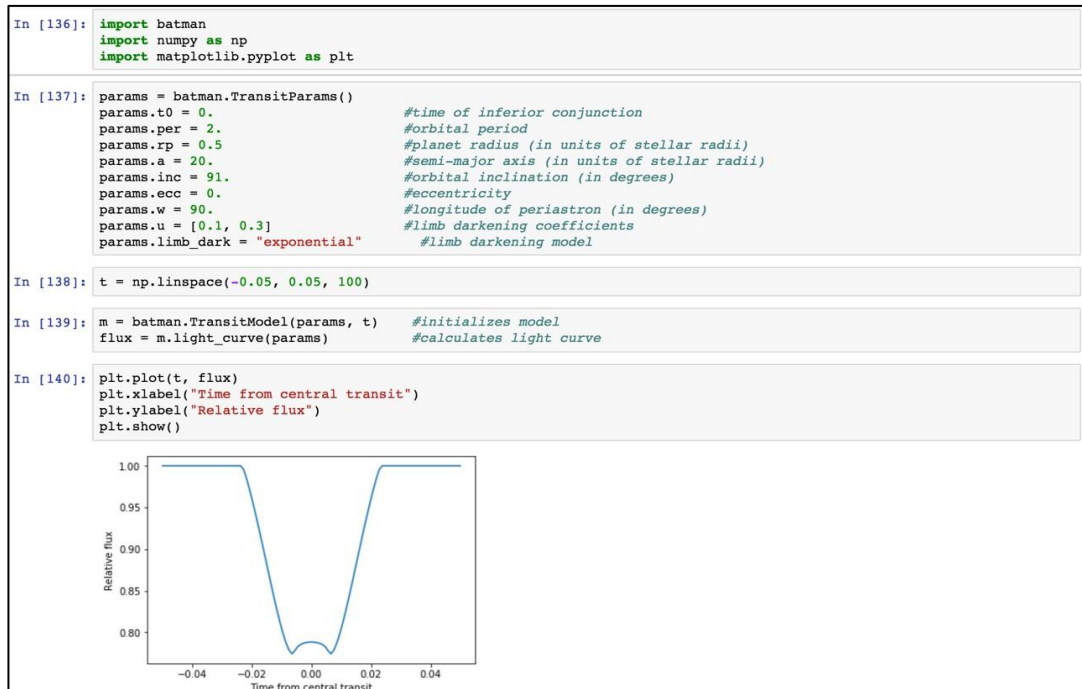


Figura 5: teste utilizando Python Notebooks com limb-darkening exponencial.

Dentro da necessidade de alto desempenho dos métodos computacionais para processamento de grandes curvas de luz descrita na seção anterior, o objetivo principal deste projeto é comparar métodos utilizados esta para esta detecção, levando em consideração a eficiência de geração de Periodogramas. Para este estudo comparativo, os três métodos analisados para detecção de curvas de luz foram: LombScargle (LS), Box Least Squares (BLS ou Box Fitting) e Plavchan.

3.1 Geração de Periodogramas

Com o objetivo citado anteriormente, é necessário a geração dos Periodogramas destes algoritmos. Para isso, serão analisados dados de Exoplanetas confirmados, disponibilizados pelo Instituto de Ciências de Exoplanetas da NASA (*Exoplanet Science Institute*).

NASA EXOPLANET ARCHIVE
NASA EXOPLANET SCIENCE INSTITUTE

Home About Us Data Tools Support Login

Select Columns Download Table Plot Table View Documentation User Preferences

Confirmed Planets

Row ID	Host Name	Planet Letter	Discovery Method	Number of Planets in System	Orbital Period [days]	Orbit Semi-Major Axis [AU]	Eccentricity	Inclination [deg]	Planet Mass or M_{Jup} [Jupiter mass]	Planet M_{Jup} or M_{Jup} Provenance
1	11 Com	b	Radial Velocity	1	326.03±0.32	1.29±0.05	0.231±0.005		19.4±1.5	Msin <i>i</i>
2	11 UMi	b	Radial Velocity	1	516.22±3.25	1.54±0.07	0.08±0.03		10.50±2.47	Msin <i>i</i>
3	14 And	b	Radial Velocity	1	185.84±0.23	0.83	0		4.8	Msin <i>i</i>
4	14 Her	b	Radial Velocity	1	1773.4±2.5	2.77±0.05	0.369±0.005		4.64±0.19	Msin <i>i</i>
5	16 Cyg B	b	Radial Velocity	1	798.5±1.0	1.681±0.097	0.661±0.017		1.68±0.15	Msin <i>i</i>
6	18 Del	b	Radial Velocity	1	993.3±3.2	2.6	0.08±0.01		10.3	Msin <i>i</i>
7	1RXS J160929.1-210524	b	Imaging	1		330			8±1	Mass
8	24 Sex	b	Radial Velocity	2	452.8 ^{+2.1} _{-4.5}	1.333 ^{+0.004} _{-0.009}	0.09 ^{+0.14} _{-0.06}		1.99 ^{+0.26} _{-0.38}	Msin <i>i</i>
9	24 Sex	c	Radial Velocity	2	863.0 ^{+32.4} _{-13.8}	2.08 ^{+0.05} _{-0.02}	0.29 ^{+0.16} _{-0.09}		0.86 ^{+0.35} _{-0.22}	Msin <i>i</i>
10	2MASS J01225093-2439505	b	Imaging	1		52±6			24.5±2.5	Mass
11	2MASS J02192210-3925225	b	Imaging	1		156±10			13.9±1.1	Mass
12	2MASS J04414489+2301513	b	Imaging	1		15.0			7.5±2.5	Mass
13	2MASS J12073346-3932539	b	Imaging	1		46±5			4±1	Mass

Figura 6: Banco de dados da NASA de Exoplanetas confirmados. **Fonte:** <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/docs/data.html>

Para a análise destes dados, será utilizada a ferramenta de geração de Periodogramas também disponibilizada pelo Instituto de Ciências de Exoplanetas.

NASA EXOPLANET ARCHIVE
NASA EXOPLANET SCIENCE INSTITUTE

Home About Us Data Tools Support Login

Periodogram Inputs Edit Input Table Plot Input Results Documentation

PGRAM

Input File Options	Algorithm and Period Settings	Output Options
<p>Upload Data File:</p> <p>Choose File no file selected</p> <p>Upload</p> <p>Current Periodogram Data File:</p> <p>Name: No file loaded.</p> <p>Source:</p> <p>Edit Input Table</p> <p>Select Column Names:</p> <p>Time Column: Select Column</p> <p>Data Column: Select Column</p> <p>Plot Time vs. Data Columns</p> <p>Input File Information:</p> <p>Points used:</p> <p>Time range:</p> <p>Data range:</p> <p>Please Upload Periodogram Data File...</p>	<p>Select Algorithm:</p> <p>Algorithm: Levinson-Stargile</p> <p>Period Range:</p> <p>Minimum Period: Enter_Value</p> <p>Maximum Period: Enter_Value</p> <p>Period Step Method:</p> <p>Select Method: Fixed Frequency</p> <p>Fixed Step Size: Enter_Value</p>	<p>Output Parameters:</p> <p>Number of Peaks: 50</p> <p>Peak Sig Threshold: 1.0</p> <p>User Preferences:</p> <p>Plot X Axis Default: <input checked="" type="radio"/> Period <input type="radio"/> Frequency</p>

Calculate Periodogram Start New Session Calculation Name: PGRAM Available Results: Select Periodogram Refresh

Figura 7: Ferramenta NASA Exoplanet Science Institute: Periodogram Inputs **Fonte:** <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/cgi-bin/Pgram/nph-pgram>

Nesta ferramenta, é colocado o arquivo extraído anteriormente em ASCII para geração destes Periodogramas, Nela, é possível escolher o algoritmo a ser usado, o período, o método e o número de picos.

3.2 Algoritmo Lomb-Scargle

O algoritmo Lomb-Scargle (Scargle, 1982) considera que um segmento de curva de luz pode ser representado matematicamente como uma sequência finita $\{X_i\}_{i=1,\dots,n}$ de valores de fluxo luminoso. Adicionalmente, cada valor X_i é a combinação de um dado real X_s e um ruído R , medidos num conjunto de tempos t_i :

$$X_i = X(t_i) = X_s(t_i) + R(t_i)$$

A Transformação Discreta de Fourier (TDF) para um conjunto de dados arbitrário, $X = \{X(t_j), j = 1, 2, \dots, N_0\}$, é dada por:

$$FTX(\omega) = \sum_{j=1}^{N_0} X(t_j) \exp(-i\omega t_j)$$

O periodograma clássico é, então, convencionalmente definido como

$$\begin{aligned} P_X(\omega) &= 1/N_0 |FT_X(\omega)|^2 \\ &= 1/N_0 \left| \sum_{j=1}^{N_0} X(t_j) \exp(-i\omega t_j) \right|^2 \\ &= 1/N_0 \left[\left(\sum_j X_j \cos \omega t_j \right)^2 + \left(\sum_j X_j \sin \omega t_j \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Uma versão ligeiramente modificada é dada por

$$P^X(\omega) = 1/2 \left\{ \frac{|\sum_j X_j \cos \omega(t_j - \tau)|^2}{\sum_j \cos^2 \omega(t_j - \tau)} + \frac{|\sum_j X_j \sin \omega(t_j - \tau)|^2}{\sum_j \sin^2 \omega(t_j - \tau)} \right\}$$

onde τ (dependendo de ω) é definido por

$$\tan(2\omega\tau) = \frac{(\sum_j \sin 2\omega t_j)}{(\sum_j \cos 2\omega t_j)}$$

Portanto, podemos observar que o Periodograma de Lomb-Scargle é uma variação da TDF, onde séries temporais são decompostas em uma combinação linear de funções sinusoidal. Na adaptação de Scargle, o periodograma é gerado através de um ajuste de parâmetros de uma soma de funções sinusoidais e cossinusoidais, ou seja, o Algoritmo de Lomb-Scargle supõe que a curva de luz de entrada tenha um bom ajuste como uma soma de senos e cossenos. Na Figura 8, tem-se o exemplo de alguns pontos característicos de uma curva de luz e o periodograma de Lomb-Scargle completo:

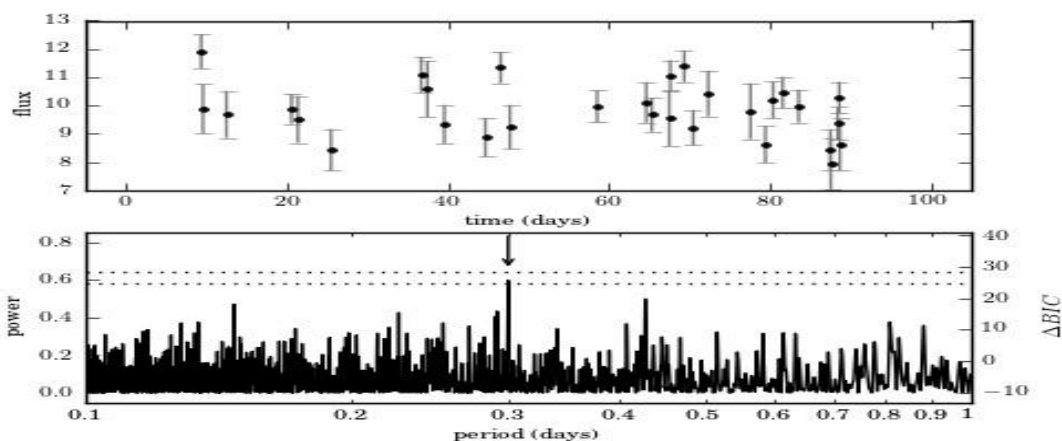


Figura 8: Periodograma de Lomb-Scargle de uma curva de luz (flux), com indicação de onde ocorre a maior potência de frequência (power). **Fonte:** <http://www.nasa.gov>

A partir do Periodograma de Lomb-Scargle, identifica-se a frequência de pico, que corresponde à frequência de maior potência ou frequência característica do sinal e, conseqüentemente, o período de trânsito. Com este algoritmo, é possível identificar trânsito planetários em curvas de luz que tem o formato de uma senóide.

3.3 Algoritmo Box-Fitting

Novamente, considere-se um segmento de curva de luz representado matematicamente como uma sequência finita $\{X_i\}_{i=1,\dots,n}$ de valores de fluxo luminoso. Adicionalmente, a cada valor X_i , será associado um ruído Gaussiano aditivo de média zero, com desvio-padrão σ_i . Para se detectar os índices desta sequência que indiquem o início e o final de um trânsito planetário, pode-se utilizar o Algoritmo de Mínimos Quadrados Box, também conhecido como Algoritmo Box-Fitting, proposto por Kovács et al. (2002).

O algoritmo BLS consiste em encontrar dois índices i_1 e i_2 no intervalo discreto $[1, \dots, n]$, com $i_1 < i_2$, chamados, respectivamente, de índices de início e final do trânsito e que minimizem a expressão quadrática

$$D = \left[\sum_{i=1}^n w_i x_i^2 \right] - \frac{s^2}{r(1-r)}$$

com os valores w_i, s e r dados por:

$$w_i = \frac{1}{\sigma^2 \sum_{j=1}^n \sigma_j}, \quad s = \sum_{i=i_1}^{i_2} w_i x_i, \quad r = \sum_{i=i_1}^{i_2} w_i$$

Em notação algorítmica, o BLS sequencial consiste em busca por força bruta por todos os pares i_1 e i_2 , com $i_1 < i_2$, e escolhe-se o par que minimiza D . Essencialmente, o

Algoritmo BLS tenta ajustar uma função “poço” retangular à queda no fluxo luminoso percebido da estrela provocada pelo trânsito do planeta. A Figura 9 mostra três exemplos destes ajustes para detecção de um exoplaneta:

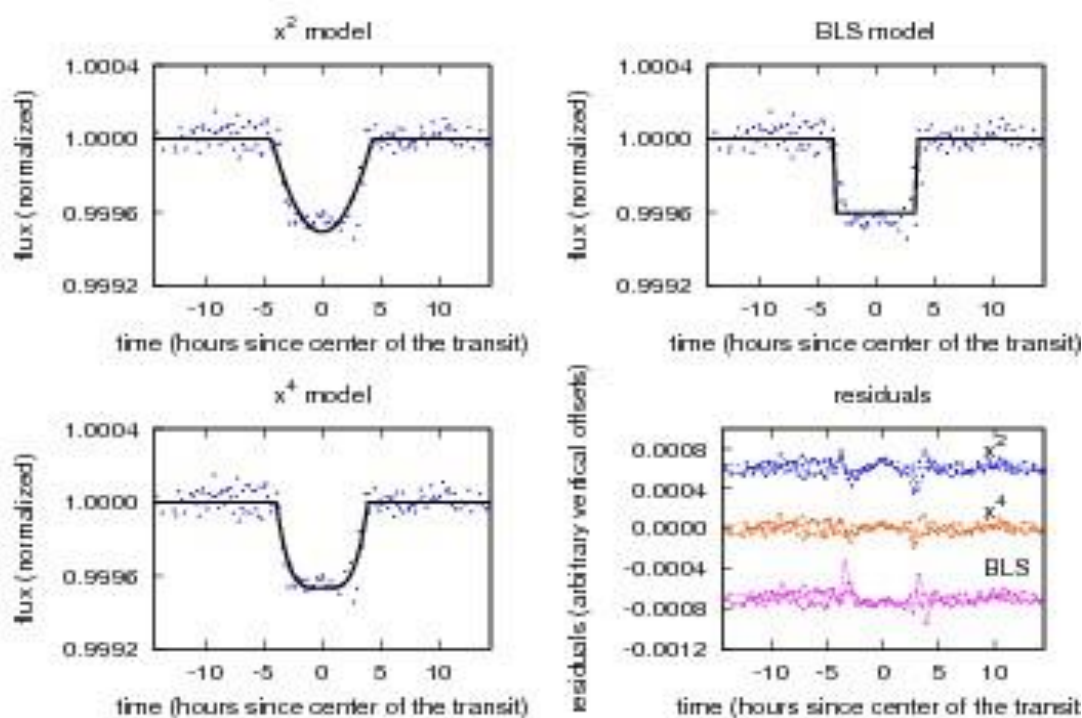


Figura 9: Comparação de ruídos entre diferentes modelos de demonstrações para a curva de luz da estrela Kepler-22 (com trânsito do exoplaneta Kepler-22b), onde podemos perceber que o BLS possui menos ruído. **Fonte:** <https://inspirehep.net/record/1204558/plots#2>

A qualidade do ajuste BLS é altamente dependente da quantidade de pontos considerados na curva de luz. Porém, como se trata de um algoritmo de complexidade cúbica no tamanho da curva, a velocidade de resposta diminui à medida em que se consideram novos pontos.

Funções periódicas em formato “de caixa” (retangular) representa o comportamento de uma curva de luz durante o transito melhor que curvas senóides e cossenoides. No algoritmo BLS, é suposto que o sinal tem um valor “baixo” por uma fração do período e um valor “alto” no restante do mesmo. Para detectar trânsitos, é melhor escolher funções básicas, que precisam de apenas uma variável para gerar o modelo de trânsito na curva de luz.

3.4 Algoritmo de Plavchan

Diferentemente do Box Fitting e do Lomb-Scargle, o Algoritmo de Plavchan (Plavchan et al., 2008) não trabalha com um modelo a priori da função periódica. Recorde-se que, no algoritmo BLS, tem-se uma função periódica em formato de box e, no Algoritmo Lomb-Scargle, o formato é uma soma de senos e cossenos, Isto significa dizer que o Algoritmo de Plavchan é mais genérico que os Algoritmos BLS e LombScargle. Este método baseia-se na técnica de análise de dados PDM (Phase Dispersion Minimization) (Stellingwerf, 1978). No

PDM, a base para as curvas periódicas é calculada diretamente a partir dos dados. A série temporal é sobreposta a um período-candidato. Quando um período aceitável é encontrado, a soma do quadrado dos resultados da curva suavizada é minimizada.

Para o Algoritmo de Plavchan, considera-se um conjunto discreto de observações, denotado por dois vetores, as magnitudes x e os tempos de observação t , onde a i -ésima observação é dada por (x_i, t_i) e há N pontos ao todo ($i = 1, N$). Seja σ^2 a variância de x , dada por

$$\sigma^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 / N - 1$$

onde \bar{x} é a média $\bar{x} = \sum x_i / N$. Para qualquer subconjunto de x_i é definida a amostra de variâncias s^2 exatamente como na equação acima. Suponha-se a escolha de M amostras distintas, com variâncias s_j^2 ($j = 1, M$) e contendo n_j pontos. A variância total para todas as amostras é dada por

$$s^2 = \frac{\sum (n_j - 1) s_j^2}{\sum n_j - M}$$

como consequência da equação anterior. Para cada conjunto de amostras, é necessário se calcular estas variâncias das amostras, repetindo o processo até que o período desejado seja encontrado. Diferentemente do Algoritmo PDM, o Algoritmo Plavchan não utiliza bins de amostras. A Figura 10 ilustra um exemplo de um Periodograma de Plavchan:

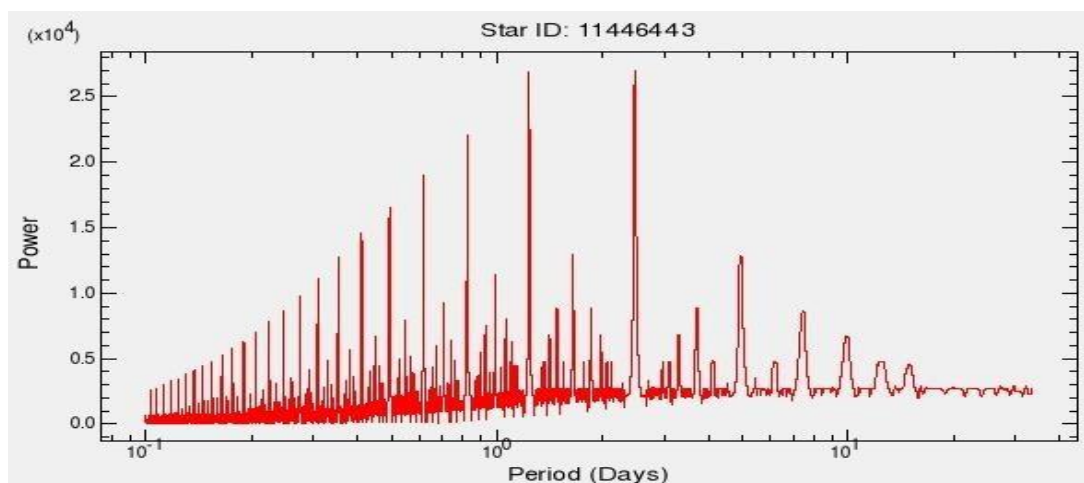


Figura 10: Exemplo de um Periodograma de Plavchan, onde podem ser vistos harmônicos à esquerda do sinal. **Fonte:** <http://www.nasa.gov>

O Algoritmo de Plavchan consegue identificar variações sinusoidais, assim como o algoritmo Lomb-Scargle, e retangulares, como o algoritmo Box Fitting, de funções periódicas igualmente bem. Porém, ele é computacionalmente mais intensivo que os outros dois. O método de Plavchan é útil para identificar formatos que não são bem descritos pela suposição de outros algoritmos.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para comparação dos algoritmos citados na seção acima, foi selecionada a curva do primeiro exoplaneta da estrela KIC 5513861, o KIC 5513861-b. Nestes testes, os seguintes parâmetros são fixos:

- Período Mínimo: 0.040868
- Período Máximo: 33.471328
- Número de Picos: 50

4.1 Resultado algoritmo Lomb-Scargle

Ao testar o Algoritmo de Lomb-Scargle, o tempo de execução foi de aproximadamente 25 segundos, gerando a curva mostrada na Figura 11.

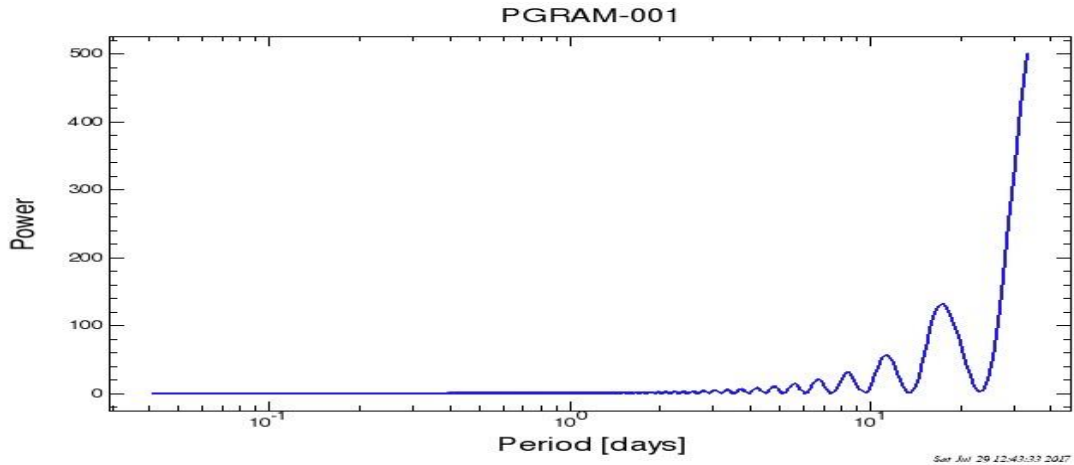


Figura 11: Resultado do Periodograma do Algoritmo Long-Scargle, utilizando a curva do exoplaneta KIC 5513861-b.

Podemos observar que o resultado segue o descrito na Seção 3.1, gerando uma curva no formato de uma senóide. O tempo de geração destes periodograma foi de 20 segundos.

4.2 Resultado algoritmo Box-Fitting

Ao testar o Algoritmo de Box-Fitting, o tempo de execução foi de aproximadamente 17 segundos, gerando a curva mostrada na Figura 8.

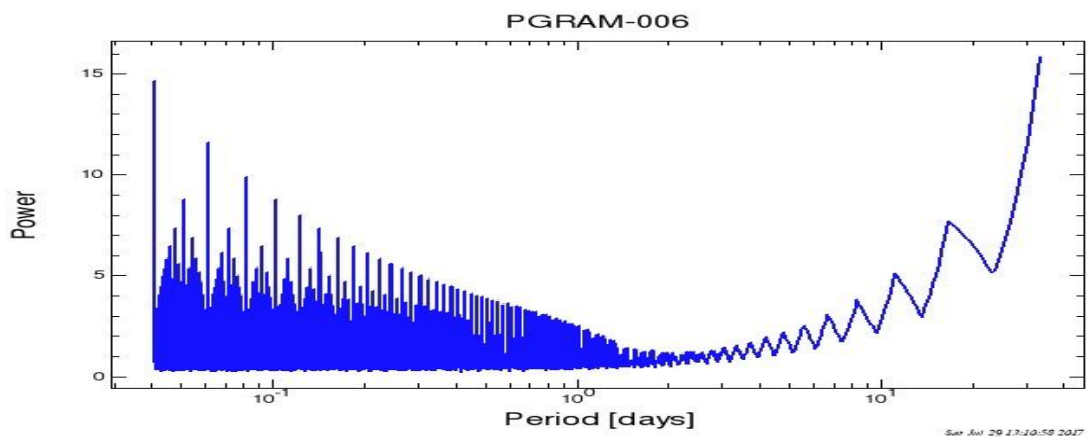


Figura 12: Resultado do Periodograma do Algoritmo Box-Fitting, utilizando a curva do exoplaneta KIC 5513861-b.

Para este algoritmo, foi necessário selecionar a quantidade de bins e índices de início e final do trânsito dentro do período selecionado, para minimizar a expressão quadrática. Os pontos de trânsitos escolhidos foram de 0,01 a 0,1 e 163 bins de amostras. O tempo de geração destes periodograma foi de 15 segundos.

4.3 Resultado algoritmo Plavchan

Ao testar o Algoritmo de Plavchan, o tempo de execução foi de aproximadamente 24 segundos, gerando a curva mostrada na Figura 9.

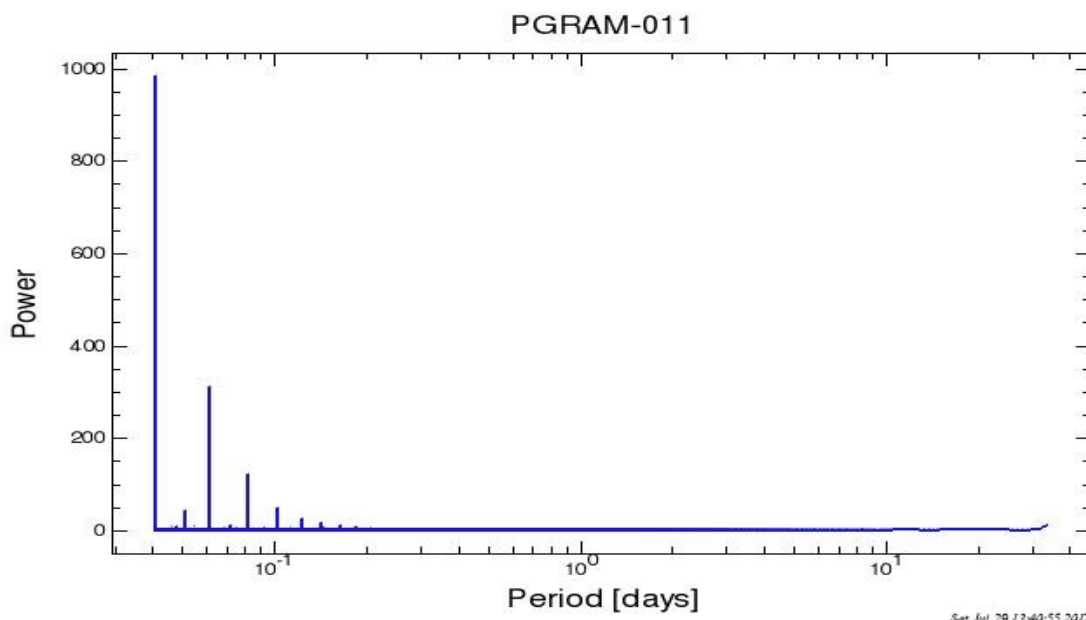


Figura 13: Resultado do Periodograma de Plavchan, utilizando a curva do exoplaneta KIC 5513861-b.

Para este algoritmo, foi necessário selecionar o valor abrangente e o tamanho da curva suavizada, onde foi colocado, respectivamente, 500 e 0.06. O tempo de geração destes periodograma foi de 10 segundos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados preliminares sugerem a seguinte ordenação de tempo entre os algoritmos: Plavchan < BLS < Lomb-Scargle. Embora o periodograma de Plavchan tenha o menor tempo de execução, ele possui uma implementação bastante complexa. Por outro lado, o algoritmo de pior desempenho (Lomb-Scargle) é bastante simples de se implementar. Dentre os algoritmos estudados, o BLS apresentou o melhor relação entre desempenho e facilidade de implementação.

6. REFERÊNCIAS

CHONG, E.K.P. An Introduction to Optimization. New York: Wiley, 2013.

CONNOLLY, A.D. Statistics, Data Mining, and Machine Learning in Astronomy: A Practical Python Guide for the Analysis. Princeton: Princeton University Press, 2014.

HART, W.E. Optimization Modeling in Python. New York: Springer, 2012.

KEPLER. Kepler: A Search for Habitable Planets. Disponível em: <http://kepler.nasa.gov>. Acesso em: 02/05/2015.

NASA. NASA EXOPLANET ARCHIVE: Algorithm Documentary. Disponível em: <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/> Acesso em: 28/07/2017.

PERRYMAN, M. The Exoplanet Handbook. Cambridge: New York, 2014.

SEAGER, S. Exoplanets. Phoenix: University of Arizona Press, 2010.

SIRCA, S. Computational Methods for Physicists. New York: Springer, 2012.

Contatos: veridianalx@gmail.com e luciano.silva.sp@gmail.com