

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS RESULTADOS PRODUZIDOS POR MÉTODOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS NO ESTUDO DA AERODINÂMICA DE UMA ASA

Vinicius Curi Sanches (IC) e Edvaldo Angelo (Orientador)

Apoio: PIBIC Mackenzie

RESUMO

O artigo apresenta um estudo comparativo entre duas metodologias distintas, sendo uma equivalente ao desenvolvimento analítico e outra à análise numérica, aplicadas às determinações das características aerodinâmicas de uma asa finita submetida a variações no ângulo de ataque. No intuito de aplicar a metodologia numérica, após a discretização do modelo tridimensional da asa, o método dos volumes finitos foi utilizado para a resolução das equações de conservação e, conseqüentemente, obtenção para cada ângulo de ataque, das forças de sustentação e arrasto, além da distribuição de pressão na superfície. A metodologia analítica, fundamentada na teoria da linha de sustentação de Prandtl foi empregada após a seleção das equações necessárias a serem solucionadas, a fim de obter-se analiticamente as mesmas características aerodinâmicas da asa. As comparações realizadas entre resultados obtidos por meio das duas metodologias aplicadas, revelou que para pequenos ângulos de ataque o diferencial médio entre os coeficientes de sustentação é da ordem de 0,69%, de forma que a metodologia analítica, apesar das hipóteses simplificadoras, consegue estimar com certa precisão o efeito físico presente na distribuição de pressão da asa.

Palavras-chave: Aerodinâmica. Asa tridimensional. Teoria da linha de sustentação.

ABSTRACT

The article presents a comparative study between two different methodologies, one equivalent to an analytical development and another to a numerical analysis, applied to the determinations of the aerodynamic characteristics of a finite wing subjected to angular variations. In order to apply the numerical methodology, after the discretization of the three-dimensional wing, the finite volumes method was used in the resolution of the conservative equations and, consequently, obtaining for each angle of attack, the resulting lift and drag forces besides the pressure distribution. The analytical methodology, based on the Prandtl Lifting Line Theory, was applied after the selection of the necessary equations to be solved in order to obtain the same aerodynamic characteristics of the wing. The comparisons made between results obtained through the two applied methodologies, revealed that for small angles of attack the average differential between the lift coefficients is low, equal to 0.69%, so that the numerical methodology, despite the simplifying hypotheses, can estimate with some precision the physical effect present in the pressure distribution of the wing.

Keywords: Aerodynamics. Tridimensional wing. Lifting Line Theory.

1. INTRODUÇÃO

1.1 Problema de Pesquisa

A aerodinâmica é o ramo da física que estuda os fenômenos envolvidos no movimento relativo entre um determinado corpo e o ar que o envolve (EMBRAER, 1991), as aeronaves voam devido a condições aerodinâmicas específicas, notoriamente no campo de pressão ao redor de suas asas (MCCORMICK, 1979). Devido a este campo de pressão na superfície da asa e à distribuição de tensão de cisalhamento (ÇENGEL, 2007), uma força resultante aerodinâmica equivalente pode ser obtida e aplicada em um ponto chamado centro de pressão. A resultante por sua vez é decomposta em duas componentes: sustentação e arrasto (mostradas na figura 1), orientadas respectivamente, na direção perpendicular e na direção do escoamento. A primeira componente sustenta o peso da aeronave, a segunda é contrária ao movimento, agindo como freio ao deslocamento.

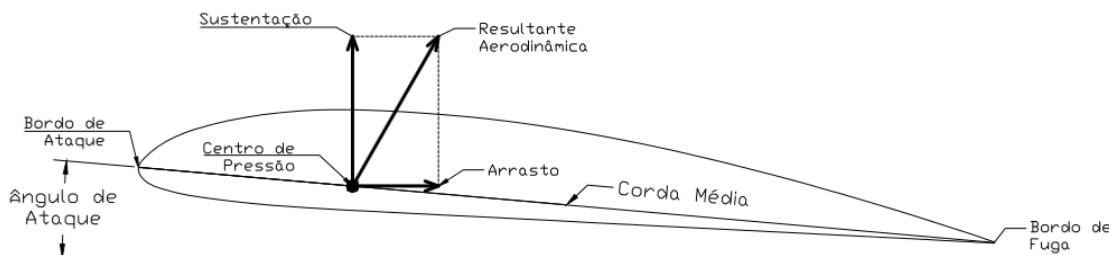


Figura 1. Resultante aerodinâmica, componentes e nomenclaturas de um perfil aerodinâmico.

O estudo e conseqüentemente cálculo das componentes da resultante aerodinâmica pode ser feito através de análises experimentais, simulações numéricas computacionais e modelamentos matemáticos analíticos.

Modelamentos matemáticos que visam soluções analíticas possuem diversas simplificações da natureza física do fenômeno aerodinâmico, de forma que seja possível obter-se equações aproximadas para os efeitos produzidos (ANDERSON, 1995). Dessa forma, estes modelos são considerados limitados em suas aplicações já que envolvem a adoção de diversas hipóteses simplificadoras.

Alguns modelamentos matemáticos, adotam como hipótese simplificadora o escoamento invíscido (fluido sem viscosidade), porém, todos os fluidos possuem viscosidade, mesmo que relativamente baixa como no caso do ar. Ainda assim, deve ser considerada nos cálculos aerodinâmicos (KUNDU, 2010) para obtenção de precisão nos resultados.

Em escoamentos incompressíveis e a baixos ângulos de ataque, mesmo assumindo o fluido como invíscido, ainda é possível prever de forma adequada a distribuição de pressão e a sustentação atuante no corpo. Porém, como a tensão de cisalhamento é uma grande fonte

de arrasto aerodinâmico, teorias invíscidas não podem prever adequadamente o arrasto total gerado pelo corpo (ANDERSON, 1995).

Escoamentos em corpos com ângulo de ataque elevado, são dominados por efeitos viscosos, já que devido ao alto ângulo de incidência e ao gradiente de pressão, a energia cinética do fluido não é suficiente para superar os efeitos retardadores da viscosidade e conseqüentemente, a camada limite tende a se separar da parte superior da superfície e uma esteira com escoamento altamente turbulento é formada (ANDERSON, 1995).

Dessa forma, métodos analíticos de soluções para problemas aerodinâmicos não são recomendados para a definição precisa dos fenômenos presentes, devido à complexidade do meio e o número de variáveis envolvidas (RAYMER,1992), muito embora sejam capazes de realizar uma estimativa inicial das grandezas envolvidas na análise.

A utilização de métodos numéricos para o estudo aerodinâmico de uma asa permite a simulação de complexos meios e geometrias, envolvendo um maior número de variáveis no volume de controle e conseqüentemente obtendo resultados mais precisos quando comparados aos obtidos através de metodologias analíticas (ANDERSON,1995).

1.2 Objetivos

O objetivo do presente artigo é realizar uma comparação entre os resultados obtidos através do emprego de métodos analíticos e numéricos computacionais dos esforços aerodinâmicos atuantes em uma asa mista, com dimensões indicadas esquematicamente em planta na figura 2 e com perfil aerodinâmico do tipo Clark Y, em regime de escoamento turbulento e incompressível, com velocidade correspondente a número de Mach de um décimo e número de Reynolds da ordem de um milhão.

Os resultados esperados em ambas as abordagens são os esforços aerodinâmicos (sustentação e arrasto) para ângulos de ataque distintos, além dos coeficientes de arrasto, sustentação e arrasto induzido.

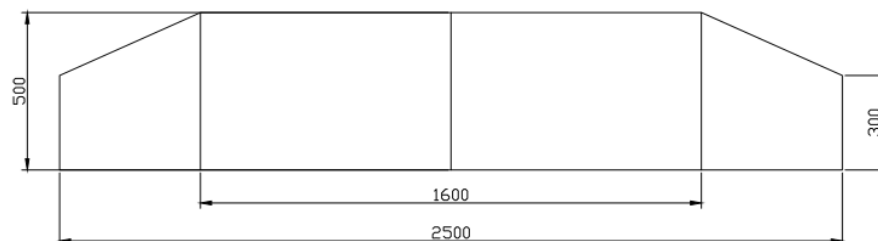


Figura 2. Geometria da asa proposta no estudo.

1.3 Justificativa

Em decorrência da grande importância das forças aerodinâmicas envolvidas na asa para o voo de qualquer aeronave, é justificável o estudo das referidas componentes utilizando abordagens distintas, esclarecidas as devidas importâncias e limitações, de forma que seja possível comparar os resultados e estudar os motivos de eventuais discrepâncias e assim utilizar uma combinação de metodologias ao longo do desenvolvimento de um projeto.

A utilização de um perfil de asa Clark Y aplicado à asa de geometria mista é conveniente pois o perfil possui reconhecido bom desempenho em escoamentos incompressíveis. A dimensão da asa foi definida de forma que seja compatível com protótipos de pequeno porte e aeromodelos, e o número de Reynolds adotado é função das propriedades do fluido, velocidade do escoamento e características geométricas da asa.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O perfil de asa é uma seção lateral bidimensional de uma asa, responsável direto pela geração das forças aerodinâmicas presentes e essencial para o voo (RAYMER,1992). Assim, é importante entender o seu princípio de funcionamento e suas características, antes de abordar os fenômenos presentes nas asas finitas em escoamentos incompressíveis.

Segundo a Condição de Kutta, à medida que a velocidade do escoamento sobre um perfil aumenta, um vórtice com sentido anti-horário surge na região do bordo de fuga, devido à viscosidade do fluido e a geometria do perfil (ANDERSON,1995), e para satisfazer a conservação de momento angular um movimento no sentido oposto ao do vórtice deve surgir, que toma forma como a circulação ao redor do perfil. A circulação é a componente resultante da distribuição de velocidades no campo ao redor do perfil, e possui a mesma intensidade do vórtice presente no bordo de fuga.

Os vetores velocidade gerados pela circulação se somam com os do vento relativo, resultando em uma velocidade maior na parte superior do perfil e menor na parte inferior, devido aos sentidos opostos dos vetores velocidade da circulação no intradorso e no extradorso (MCCORMICK,1979).

O vórtice é responsável pela quebra na simetria no escoamento, possibilitando a diferença de velocidades nas regiões do perfil e por consequência uma diferença no gradiente de pressão nestas áreas, onde notoriamente o gradiente de pressão na região inferior é maior que na parte superior, surgindo assim uma resultante aerodinâmica que pode ser decomposta em duas componentes, sustentação e arrasto (MCCORMICK,1979).

As forças de sustentação (**L**) e arrasto (**D**) podem ser expressas conforme indicado nas equações 1 e 2.

$$L = \left(\frac{1}{2}\right) \rho v^2 c c_L \quad (1)$$

$$D = \left(\frac{1}{2}\right) \rho v^2 c c_D \quad (2)$$

Sendo: ρ a densidade do ar, v a velocidade relativa do escoamento, c a corda do perfil, c_L o coeficiente de sustentação do perfil e c_D o coeficiente de arrasto do perfil.

O coeficiente de sustentação representa indiretamente a eficiência do perfil em gerar sustentação, e é função da geometria do corpo, características do escoamento e ângulo de ataque. Analogamente, o coeficiente de arrasto representa a eficiência do perfil em gerar arrasto.

Para a análise da aerodinâmica do perfil é fundamental a obtenção, através de softwares de simulação numérica, da curva do coeficiente de sustentação pelo ângulo de ataque (c_L versus α), exemplificada genericamente na figura 3.

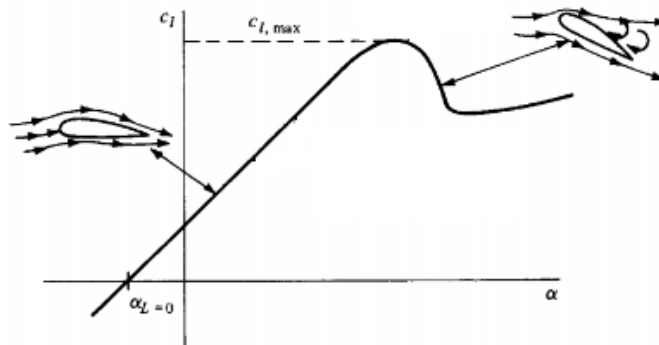


Figura 3 Curva típica do coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque para um perfil aerodinâmico (ANDERSON, 1995).

Analisando o gráfico da figura 3 observa-se que em baixos ângulos de ataque, condição em que o escoamento sobre o perfil é relativamente suave e em grande parte rente à superfície, o coeficiente de sustentação varia de forma linear com o ângulo de ataque, e o coeficiente angular dessa região (a_0) pode ser descrito como indicado na equação 3.

$$a_0 = \frac{dc_L}{d\alpha} \quad (3)$$

O equacionamento apresentado refere-se a um escoamento bidimensional, que serve como base para a análise das asas finitas (tridimensionais), que são de objetivo deste estudo. Algumas considerações geométricas relativas às asas de envergadura finita devem ser feitas antes do desenvolvimento do modelo aerodinâmico, considerando a figura 4.

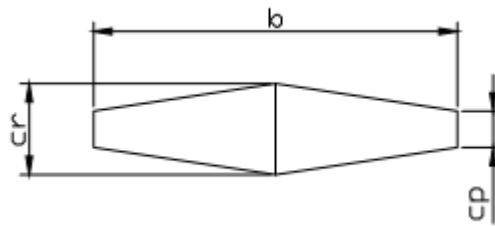


Figura 4 Características principais de uma asa finita trapezoidal vista em planta, sendo: **b** a envergadura, **cr** a corda na raiz e **cp** a corda na ponta.

A razão de aspecto (**AR**), que representa a razão entre a envergadura e a área da asa, é definida conforme a equação 5.

$$AR = \frac{b^2}{S} \quad (5)$$

Sendo: *S* a área em planta da asa.

As características aerodinâmicas de uma asa finita são diferentes das de um perfil, devido ao fato de o escoamento nesta condição ter padrão tridimensional e dessa forma surgir uma força no sentido da envergadura, que causa um desalinhamento em sentidos contrários entre as linhas de campo nas partes superior e inferior da asa (ANDERSON, 1995). A diferença de pressão na asa gera sustentação, no entanto, um subproduto deste desbalanceamento é a tendência na ponta da asa do escoamento se deslocar da parte inferior para a parte superior na região do bordo de fuga, e devido à força atuante na envergadura citada anteriormente formar vórtices nas pontas, que induzem uma componente de velocidade direcionada para baixo ao longo da envergadura, conhecida como *downwash*, (w) (RODRIGUES, 2014).

O *downwash* combinado com o vento relativo, proporciona uma componente de velocidade conhecida como vento relativo local, e ângulo formado é denominado ângulo de ataque induzido α_i . Nota-se que a presença da velocidade induzida (w) provoca na asa uma redução do ângulo de ataque atuante, e por consequência uma redução no coeficiente de sustentação da asa quando comparado com um perfil, como representado na figura 5.

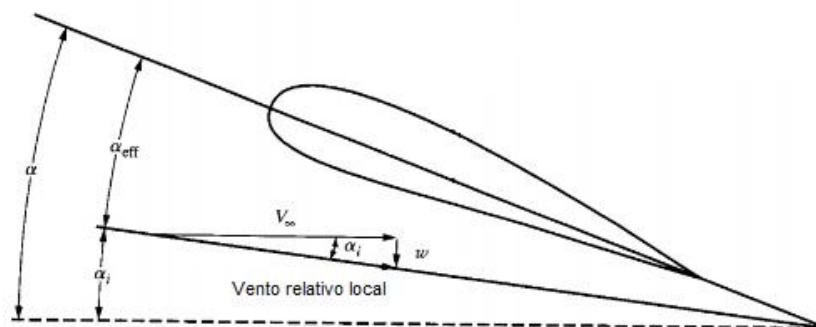


Figura 5 Ângulo de ataque induzido e vento relativo local (ANDERSON, 1995).

A teoria de sustentação selecionada para o modelamento matemático da asa tridimensional em estudo foi a teoria da Linha de Sustentação, cujo princípio físico fundamenta-se em modelar a asa como uma quantidade infinitesimal de vórtices em ferradura, com intensidades $d\Gamma$ distintas, sobrepostos ao longo da envergadura da asa, que passa a ser denominada linha de sustentação (ANDERSON,1995).

Os vórtices em ferradura citados anteriormente, consistem em uma associação de um vórtice ligado atuante no sentido da envergadura e dois vórtices livres presentes nas extremidades da primeira vorticidade.

Com base no modelamento proposto, forma-se uma distribuição de circulação $\Gamma(y)$ na linha de sustentação em função da posição na envergadura (y), devido à variação da intensidade dos vórtices em ferradura aplicados, assim como uma esteira contínua de vórtices livres a jusante da linha em análise, aproximando-se da condição real.

Deve-se notar que a taxa de variação da circulação em um segmento infinitesimal da linha de sustentação é exatamente igual à intensidade dos vórtices livres localizados a jusante da linha (HOUGHTON, 2003). Dessa forma, a velocidade induzida ($d\omega$) em um ponto arbitrário da linha (y_0) pelos segmentos infinitesimais de vórtices livres, pode ser descrita de acordo com a lei de Biot-Savart como exposto na equação 6.

$$d\omega = -\frac{(d\Gamma/dy) dy}{4 \pi (y_0 - y)} \quad (6)$$

A velocidade total induzida (ω) em um ponto arbitrário da linha, devido à atuação de toda a esteira de vórtices livres modelada, é igual à soma da equação 6 sobre todos os filamentos de vórtices presentes de uma extremidade à outra da envergadura (HOUGHTON,2003), resultando na expressão 7.

$$\omega_{(y_0)} = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy) dy}{y_0 - y} \quad (7)$$

Sabe-se que para pequenos valores angulares, o ângulo de ataque induzido pode ser descrito através da equação 8.

$$\alpha_i = -\frac{\omega_{(y_0)}}{V_\infty} \quad (8)$$

Através da substituição da expressão 7 na 8, obtêm-se para o ângulo de ataque induzido em função da variação da circulação na envergadura a equação 9.

$$\alpha_i = \frac{1}{4 \pi V_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy) dy}{y_0 - y} \quad (9)$$

Adotando como hipótese simplificadora o perfil de distribuição de circulação ao longo da envergadura da asa como sendo elíptico, em que o valor de circulação na raiz é dado como Γ_0 , a expressão que relaciona a variação da componente em função da posição na envergadura, y , é demonstrada pela equação 10 (ANDERSON,1995).

$$\Gamma_{(y)} = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} \quad (10)$$

Diferenciando a equação 10 com relação ao termo y , e substituindo o seu resultado no numerador da integral da equação 7, obtêm-se a expressão 11 para a velocidade induzida.

$$\omega_{(y_0)} = -\frac{\Gamma_0}{\pi b^2} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{y}{(1 - 4y^2/b^2)^{1/2} (y_0 - y)} dy \quad (11)$$

Solucionando a integral da equação 11, obtêm-se analiticamente a equação 12 que representa a velocidade induzida pelos vórtices livres na linha de sustentação, admitindo uma distribuição de circulação elíptica.

$$\omega = -\frac{\Gamma_0}{2b} \quad (12)$$

Assim, a expressão que representa o ângulo de ataque induzido (α_i) em função do coeficiente de sustentação (C_L), pode ser obtida por meio da substituição da equação 12 na 8 e com a aplicação da condição de Kutta para obtenção de Γ_0 , resultando na equação 13.

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi AR} \quad (13)$$

A presença da velocidade induzida (ω) na asa tridimensional, ocasionada por efeito das vorticidades livres, resulta em um tipo de arrasto de pressão denominado arrasto induzido, diferença elementar entre os perfis e as asas finitas (ANDERSON,1995). O coeficiente relacionado a este tipo de arrasto ($C_{D,i}$) é representado pela equação 14.

$$C_{D,i} = \frac{C_L^2}{\pi e AR} \quad (14)$$

Sendo e o fator de eficiência aerodinâmica de Oswald relacionado na equação 15.

$$e = \frac{1}{1 + \delta} \quad (15)$$

O parâmetro δ corresponde ao fator de arrasto induzido, que é determinado graficamente em função das características geométricas da asa. A referência gráfica para este fator é amplamente conhecida, e pode ser encontrada em ANDERSON,1995.

Devido ao ângulo de ataque induzido, calculado através da equação 13, o coeficiente de sustentação das asas finitas é distinto e comparativamente menor em relação ao dos perfis, assim como o coeficiente angular da curva C_L versus α (RODRIGUES,2014; ANDERSON,1995). A teoria da linha de sustentação de Prandtl permite relacionar os coeficientes angulares das curvas relativas às asas e aos perfis, através da equação 16, sendo a o coeficiente angular da curva C_L versus α da asa tridimensional.

$$a = \frac{a_0}{1 + \left(\frac{a_0}{\pi e AR}\right)} \quad (16)$$

Dessa forma, o coeficiente de sustentação relativo à asa tridimensional pode ser expresso pela equação 17 (RODRIGUES,2014).

$$C_L = a (\alpha - \alpha_{L=0}) \quad (17)$$

Sendo $\alpha_{L=0}$ o ângulo de ataque em que o coeficiente de sustentação é igual a zero, ponto comum tanto para os perfis quanto para as asas, e α o ângulo de ataque da asa.

O coeficiente de arrasto total gerado pela asa tridimensional é calculado através da soma entre o coeficiente de arrasto do perfil, representado por c_d e o coeficiente de arrasto induzido, representado pela equação 14, resultando na equação 18 (ANDERSON,1995).

$$C_D = c_D + C_{D,i} \quad (18)$$

3. METODOLOGIA

3.1 Meios utilizados para o desenvolvimento do projeto

Para o desenvolvimento da pesquisa foram utilizados os softwares ANSYS CFX® durante as análises numéricas e CodeBlocks® para a abordagem analítica. A Universidade Presbiteriana Mackenzie ofereceu as licenças necessárias para ambos os softwares.

3.2 Etapas de execução do estudo

As principais etapas da pesquisa foram:

I. Estudo e revisão bibliográfica dos teoremas e equações relacionados à aerodinâmica de uma asa tridimensional e definição de uma abordagem analítica para a asa estabelecida.

Na etapa inicial da pesquisa foi realizada a revisão bibliográfica dos teoremas e modelamentos matemáticos analíticos relacionados à aerodinâmica de uma asa tridimensional, de forma que fossem definidas as equações a serem utilizadas e as variáveis de entrada na proposição assim como os resultados a serem obtidos.

II. Aplicação da abordagem analítica para a asa proposta e obtenção de resultados para as componentes aerodinâmicas.

Definida a ordem de resolução das equações e as variáveis de entrada, a abordagem analítica foi aplicada por meio de um algoritmo desenvolvido em C++ no software CodeBlocks®, sendo a asa submetida a variações de ângulo de ataque. Os resultados obtidos foram os esforços aerodinâmicos atuantes na asa, além dos coeficientes equivalentes.

III. Aprendizado das equações de conservação no formato diferencial e estudo do método de volumes finitos utilizado pelo software ANSYS CFX®.

Antes de iniciar as análises numéricas para a aerodinâmica da asa proposta, foi realizado um estudo completo das equações de conservação no formato diferencial aplicadas nos volumes de controle (elementos) estabelecidos no domínio.

IV. Construção do modelo tridimensional da asa utilizando a ferramenta DesignModeler® e execução das simulações numéricas no software ANSYS CFX®.

A construção do modelo e a simulação podem ser divididas em três etapas: pré-processamento, simulação numérica e pós-processamento (T. PRASHANTH et al, 2014). O pré-processamento consiste na construção da geometria tridimensional da asa utilizando a ferramenta DesignModeler®, na determinação da malha a ser aplicada ao domínio computacional e na imposição das condições de contorno, modelo de turbulência e características do fluido. A simulação numérica refere-se à resolução das equações de conservação aplicadas aos volumes de controle e o pós-processamento equivale à análise das características aerodinâmicas da asa, sendo que foram realizadas simulações para cada variação de ângulo de ataque que a asa foi submetida.

V. Comparação entre os resultados obtidos através das abordagens analítica e numérica computacional.

Os resultados obtidos através de ambos os métodos foram comparados e os diferenciais entre eles calculados e analisados de forma gráfica.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Metodologia numérico computacional

4.1 Domínio computacional, Discretização e Verificação da malha

O domínio computacional selecionado, representado na figura 6, é considerado simétrico na raiz da asa, de modo a reduzir o tamanho do domínio em análise e o número necessário de elementos a serem utilizados. Deve-se notar que o plano de simetria divide a asa proposta ao meio, dessa forma sendo analisada numericamente meia envergadura.

As dimensões externas do domínio são representadas em milímetros na figura 6, assim como a posição relativa da asa em relação à um referencial cartesiano fixo. Optou-se por posicionar a asa mais próxima à região de entrada do fluido, de forma que fosse possível capturar o desenvolvimento do escoamento turbulento no bordo de fuga da asa (esteira).

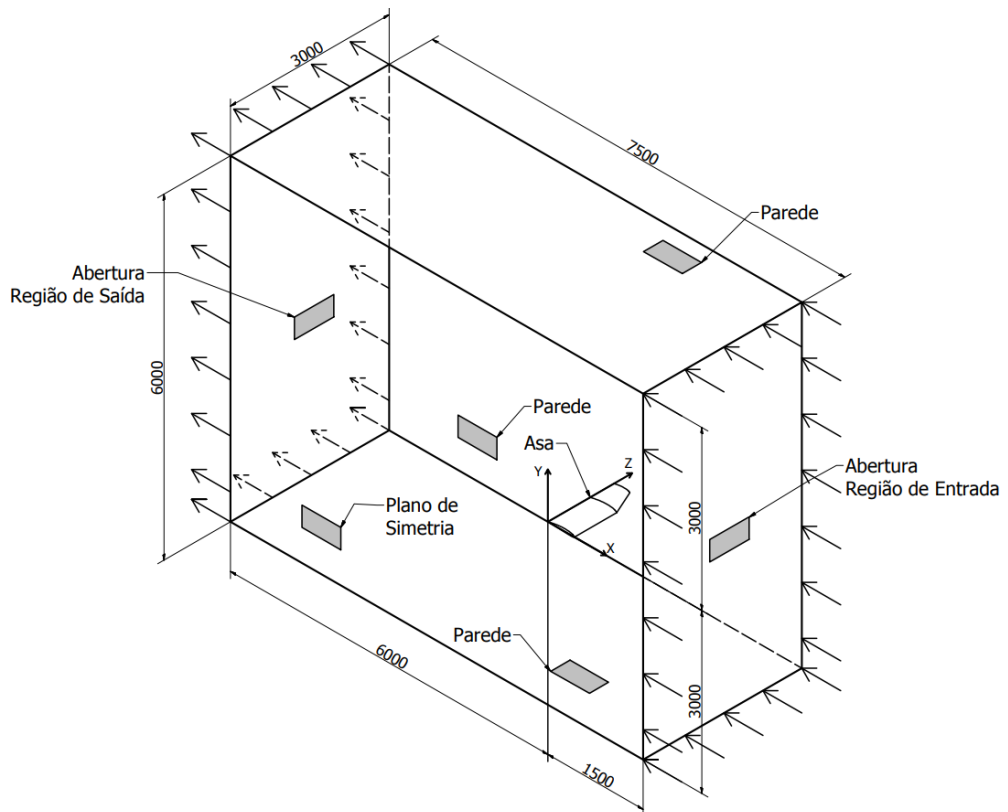


Figura 6. Domínio Computacional, posicionamento da asa e condições de contorno.

De forma que as equações de conservação no formato diferencial sejam aplicadas à região de escoamento, a divisão ou discretização do volume de controle é necessária, de forma a solucionar numericamente, por meio do método dos volumes finitos, as equações aplicadas (ANGELO,2013). A discretização produz a malha no domínio computacional, e os erros deste procedimento devem ser minimizados e controlados através de uma metodologia para verificação da malha produzida.

A metodologia empregada neste estudo para a verificação da malha, foi realizada como proposto por Stern e Wilson et al. (2001). No artigo, os autores propõem que sucessivos refinamentos da malha sejam realizados, em uma razão de aumento da quantidade de elementos no domínio como $r_k \cong \sqrt{2}$, até que os resultados obtidos não apresentem variação significativa com o aumento do número de elementos presentes.

Dessa forma, foi utilizado como referência o valor da força de sustentação na asa, submetida à um ângulo de ataque nulo, e foi observada a variação absoluta da componente com o aumento sucessivo do número de elementos no domínio, como exposto na figura 7.

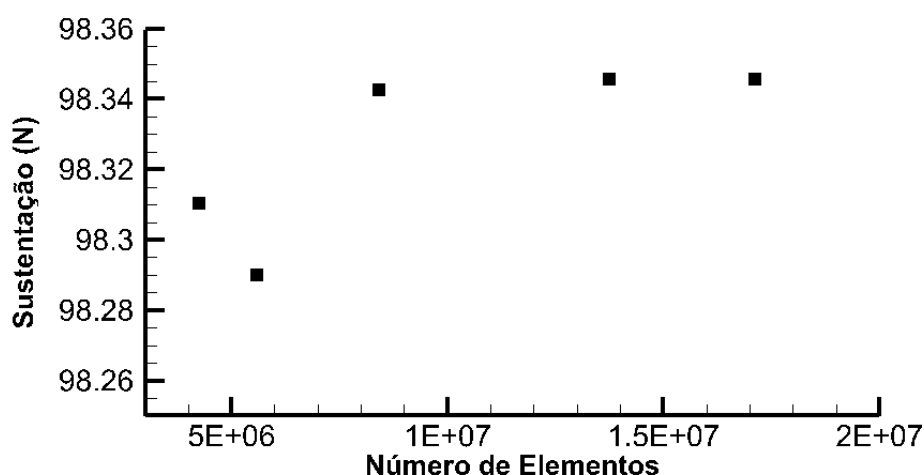


Figura 7. Variação da força de sustentação com o aumento do número de elementos no domínio computacional.

Na figura 7, é possível notar que a grandeza tende a tornar-se constante com o aumento do número de elementos no domínio computacional e embora existam variações entre os dois últimos resultados, o diferencial é menor que 0,010%. Assim, concluiu-se que a discretização com em torno de 1,5 E+07 elementos, tetraédricos, é independente para a geometria e condições de contorno propostas.

4.2 Condições de contorno e modelo de turbulência

As condições de contorno aplicadas ao domínio computacional estão representadas espacialmente na figura 6.

O fluido em escoamento no domínio computacional é ar em temperatura de 25°C e pressão atmosférica igual à 101,325 kPaabs. Na região de entrada, o escoamento é normal à superfície e possui velocidade de 34,029 m/s, equivalente à 0,1 Mach. A região de saída é aberta, e possui pressão efetiva nula. As paredes possuem livre escorregamento e a superfície da asa é modelada como uma parede sem escorregamento, no entanto, com rugosidade desprezível. Foram adotadas também como hipóteses, o regime permanente e desprezados os efeitos de troca de calor (escoamento isotérmico).

O modelo de turbulência empregado foi o k- ϵ , que é amplamente difundido e de emprego frequente, já que oferece vantagens por conter apenas duas equações de transporte, uma para energia cinética e outra para a taxa de dissipação de energia (ANGELO,2013). O modelo é relativamente robusto e estável, além da predição de turbulência ser bem estabelecida, de acordo com o exposto nos trabalhos de Launder e Spalding (1972).

4.3 Variações do ângulo de ataque na asa

De modo a serem obtidas numericamente as curvas propostas dos coeficientes de sustentação e arrasto em função dos ângulos de ataque, a asa foi submetida a variações angulares de passo igual à 0,5°, tomando como referência o referencial cartesiano fixo.

Para cada ângulo em que a asa foi posicionada, uma nova discretização com características similares à malha independente foi gerada. Na figura 8 é possível verificar a malha gerada, na região da raiz da asa, para a asa submetida à um ângulo de ataque equivalente à 15°.

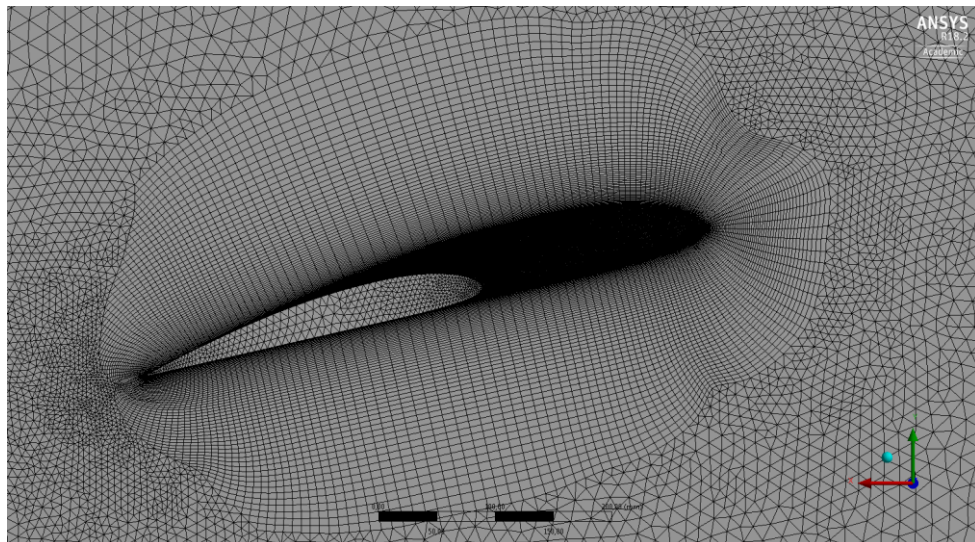


Figura 8. Malha gerada em torno da raiz da asa, submetida à ângulo de ataque igual à 15°.

Após a geração das malhas para cada ângulo de ataque proposto, em um intervalo igual à $-3,5^\circ < \alpha < 21,0^\circ$, as condições de contorno citadas anteriormente foram impostas para cada caso e as simulações foram executadas, considerando um critério de convergência de

resíduos quadráticos médios inferiores à 1,0 E-05 para as grandezas das equações de conservação aplicadas ao modelo.

4.4 Resultados obtidos

Os resultados numéricos obtidos para as grandezas envolvidas no domínio computacional foram analisados separadamente para cada ângulo de ataque simulado, extraído no pós-processamento das simulações, para cada caso, as forças de sustentação (L_N) e arrasto (D_N), além da distribuição de pressão na região da raiz da asa. As forças de sustentação e arrasto, calculadas pelo software de forma integral por toda a superfície da asa, foram obtidas por meio da ferramenta *Function Calculator* do módulo CFD-Post do Ansys CFX®, sendo a primeira atuante no eixo “y” do referencial e a segunda no eixo “x”, e os coeficientes de arrasto e sustentação, para cada ângulo de ataque, foram calculados de acordo com as equações 20 e 21.

$$C_L = \frac{2 L_N}{\rho v^2 S} \quad (20)$$

$$C_D = \frac{2 D_N}{\rho v^2 S} \quad (21)$$

Sendo: L_N a força de sustentação numérica e D_N a força de arrasto numérica.

Dessa forma foram consolidados, de maneira gráfica, os resultados dos coeficientes obtidos em função das variações angulares que a asa foi submetida, como demonstrado nas figuras 9 (a) e 9 (b).

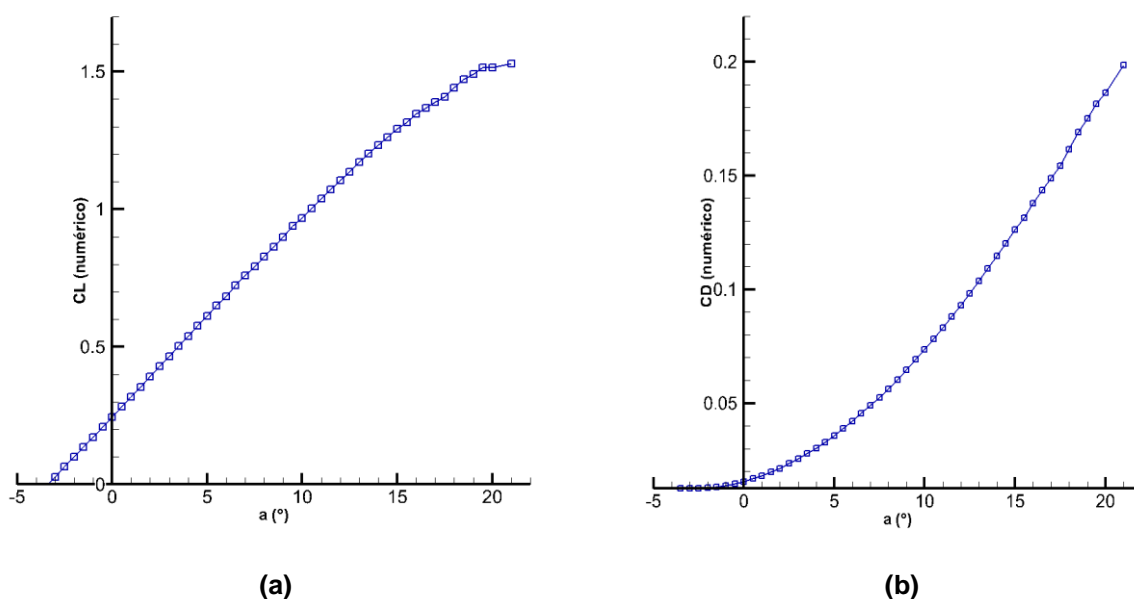


Figura 9. (a) Curva do coeficiente de sustentação (C_L) obtido numericamente e (b) Curva do coeficiente de arrasto (C_D) obtido numericamente, ambos em função do ângulo de ataque.

A força de sustentação (L_N) resultante na asa é dependente tanto da distribuição de pressão na superfície como da distribuição de tensão de cisalhamento (ANDERSON, 1995), dessa forma, a fim de validar os resultados obtidos para esta componente foram analisados os gráficos do coeficiente de pressão (C_p), que é um valor adimensional que descreve a pressão relativa, extraída do CFD-Post®, através de um campo de fluxo, em função da corda na raiz da asa para cada ângulo de ataque. Na figura 10, são expostos graficamente os coeficientes de pressão (C_p) em função da corda para dois ângulos de ataque distintos, permitindo-se assim analisar a distribuição de pressão em cada caso.

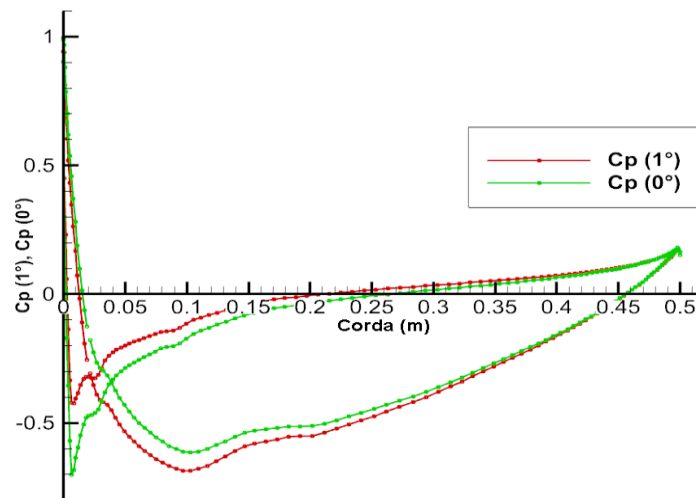


Figura 10. Coeficiente de pressão em função da corda (0° e 1° de ângulo de ataque).

Da análise do gráfico exposto na figura 10, permite-se concluir que os valores numéricos obtidos para as forças de sustentação são fisicamente válidos, já que o diferencial de pressão presente na curva que representa a asa submetida a um ângulo de ataque igual a 1° é superior aquele presente na curva equivalente à asa em ângulo de ataque nulo, resultando assim em uma força de sustentação mais elevada no primeiro caso em análise, exatamente como obtido numericamente.

A análise dos contornos de velocidade no plano de simetria do domínio computacional, para cada posição imposta à asa, foi realizada de forma a verificar-se as regiões de turbulência e estagnação no corpo e relacionar os contornos de velocidade com os valores obtidos para os coeficientes de arrasto e sustentação. Assim, foi possível concluir que devido a um evidente descolamento da camada limite na região do bordo de fuga, em ângulos de ataque elevados, o aumento do coeficiente de arrasto é considerável e uma diminuição da razão de aumento do coeficiente de sustentação é notada, como verificado nos gráficos expostos nas figuras 9 (a) e 9 (b). Na figura 11, é possível visualizar os contornos de velocidade no plano de simetria para a asa submetida a um ângulo de ataque igual a 18° , e na região do bordo de fuga verifica-se o descolamento citado (indicado pela seta vermelha).

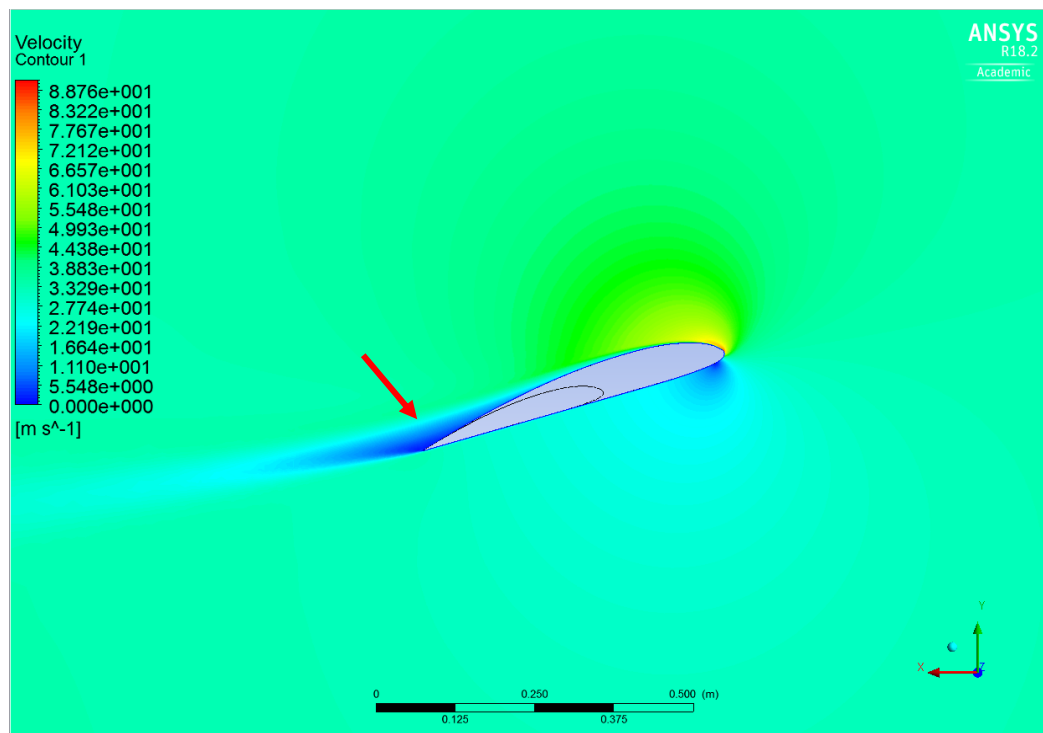


Figura 11. Contornos de velocidade para asa submetida à 18° de ângulo de ataque.

Metodologia analítica

4.5 Aplicação da metodologia analítica, dados de entrada e resultados

Com a ordem de resolução das equações, demonstradas no referencial teórico, estabelecida e definidas as variáveis de entrada, a abordagem analítica foi aplicada por meio de uma rotina de cálculo desenvolvida em linguagem C++ e compilada no software CodeBlocks®, e os resultados obtidos foram as curvas dos coeficientes de sustentação (C_l) e arrasto (C_d), obtidos analiticamente, em função do ângulo de ataque da asa tridimensional.

As variáveis de entrada aplicadas na rotina de cálculo foram as razões de aspecto e afilamento da asa, além das propriedades aerodinâmicas do perfil bidimensional de asa selecionado.

As propriedades aerodinâmicas do perfil de asa, notoriamente o coeficiente angular da curva do coeficiente de sustentação (c_l) em função do ângulo de ataque do perfil (α_0) e analogamente o coeficiente de arrasto (c_d) do aerofólio, foram extraídas do software XFOIL®, que possui como dados de entrada a geometria do corpo (no caso o perfil bidimensional Clark Y), o número de Reynolds do regime de escoamento e as propriedades do fluido em questão.

Após a inserção das variáveis de entrada na rotina de cálculo, programada de acordo com o fluxograma exposto na figura 12, a resolução das equações demonstradas foi realizada pelo compilador, e os resultados esperados para os coeficientes aerodinâmicos correspondentes à asa tridimensional exibidos no visualizador de comando do Windows®.

Os resultados analíticos dos coeficientes de arrasto (C_d) e sustentação (C_l) em função das mesmas variações angulares impostas à asa na metodologia numérica, foram expostos graficamente como mostrado nas figuras 13 (a) e 13 (b).

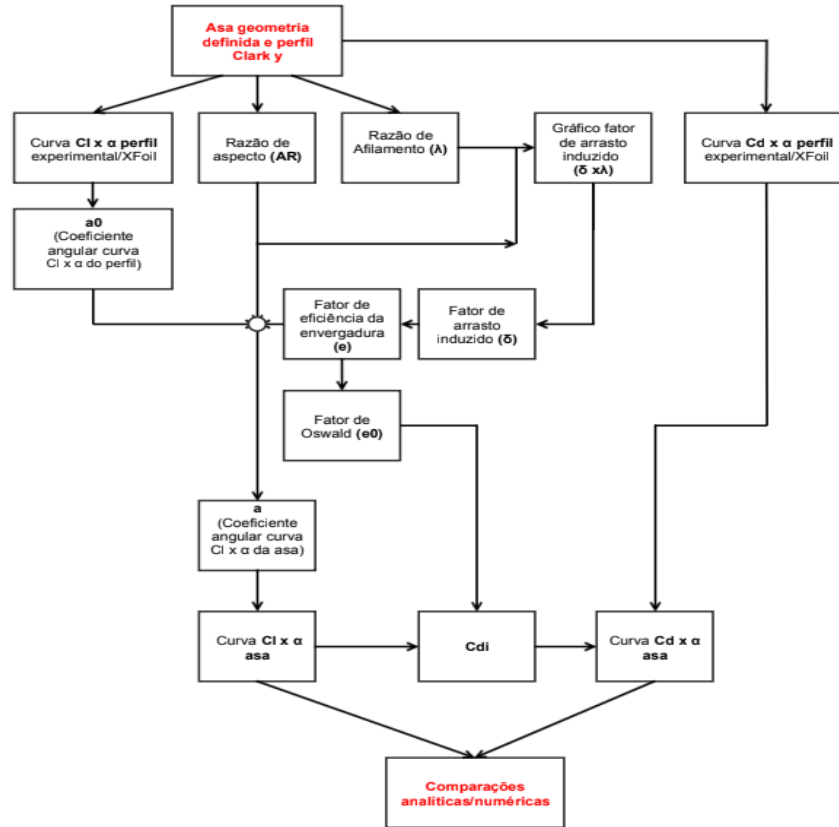


Figura 12. Fluxograma desenvolvido para programação e resolução das equações necessárias para a determinação analítica das características aerodinâmicas da asa tridimensional.

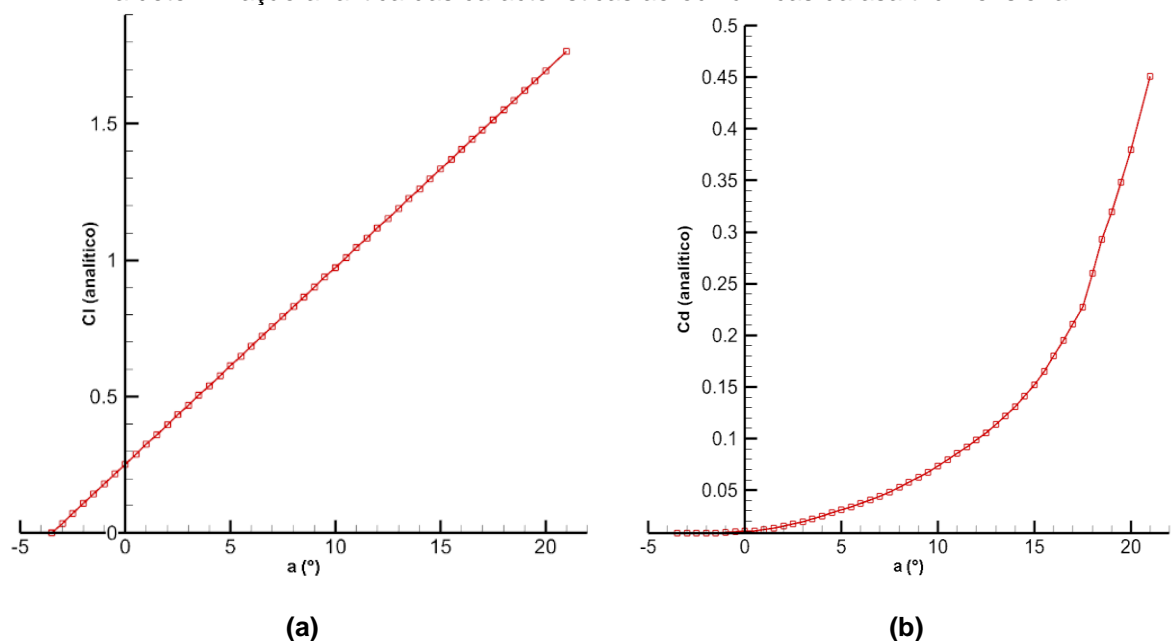
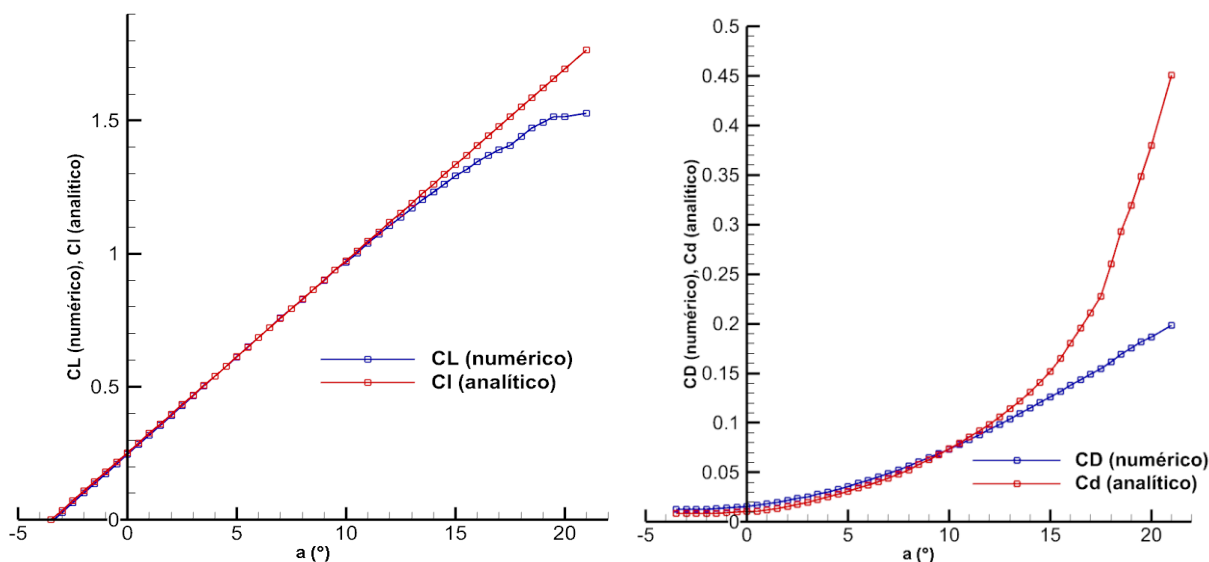


Figura 13. (a) Curva do coeficiente de sustentação (C_l) obtido analiticamente em função do ângulo de ataque e (b) Curva do coeficiente de arrasto (C_d) análoga.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

De forma a visualizar os diferenciais entre os coeficientes de arrasto e sustentação obtidos por meio de ambas metodologias empregadas, optou-se por expressar graficamente, como mostrado nas figuras 14 (a) e 14 (b), a comparação entre os coeficientes.



(a)

(b)

Figura 14. (a) Comparação entre os coeficientes de sustentação da asa tridimensional em função do ângulo de ataque, obtidos por meio das duas metodologias distintas e (b) Comparação entre os coeficientes de arrasto em função do ângulo de ataque.

Analisando inicialmente o gráfico comparativo entre os coeficientes de sustentação obtidos, exposto na figura 14 (a), percebe-se que entre o ângulo de ataque nulo e a asa submetida à uma inclinação de 10° , o diferencial médio entre os valores dos coeficientes é relativamente baixo, com valor igual à 0,69%. No entanto, à medida que o ângulo de ataque supera o valor de 10° o diferencial entre os coeficientes de sustentação notoriamente aumenta, sendo que o diferencial médio alcança o valor de 4,84% no intervalo de 10° à 21° , de forma que o maior diferencial ocorre no ângulo de *stall* da asa (21°), situação em que o diferencial absoluto é equivalente à 15,05%.

Através das análises realizadas dos contornos de velocidade (como exposto na figura 11), notou-se que a partir do décimo ângulo de ataque existe uma tendência preponderante de descolamento da camada limite na região do bordo de fuga, fator que causa uma crescente influência negativa dos efeitos viscosos no escoamento.

Como a teoria da linha de sustentação de Prandtl não considera no modelamento matemático a influência dos efeitos viscosos nem situações de escoamentos turbulentos instáveis, a partir do momento que estes efeitos físicos se tornam exacerbados no campo de fluxo conclui-se que a tese gradativamente perde sentido real, já que é esperada uma redução

do coeficiente de sustentação, como obtido através da metodologia numérica computacional, porém a proposição analítica permanece em crescimento linear com o aumento do ângulo de ataque.

Todavia, para ângulos de ataque baixos, em que se notou que o escoamento é relativamente suave e rente à superfície da asa, comprova-se com base no baixo diferencial obtido entre os coeficientes, a validade da teoria face à metodologia numérica empregada.

Verificando em última instância o gráfico comparativo entre os coeficientes de arrasto obtidos, exposto na figura 14 (b), nota-se que mesmo para baixos ângulos de ataque (0° a 10°) o diferencial médio absoluto entre os coeficientes é alto, com valor igual a 16,70%. E assim como observado para o coeficiente de sustentação, à medida que o ângulo de ataque supera o valor de 10° o diferencial médio aumenta consideravelmente, porém, neste caso alcança valor superior, igual a 37,09% no intervalo de 10° a 21° .

As justificativas levantadas para os consideráveis diferenciais observados entre os coeficientes de arrasto, obtidos ao longo de toda a evolução angular da asa, são indicadas:

-Sendo o coeficiente de arrasto induzido ($C_{D,i}$), calculado por meio da teoria de sustentação de Prandtl, diretamente proporcional ao coeficiente de sustentação analítico, de acordo com a equação 14, à medida que não ocorre a redução esperada do coeficiente de sustentação, observa-se também uma extrapolação irreal do coeficiente de arrasto induzido, e por consequência do coeficiente de arrasto global (C_d).

-Devido à teoria de sustentação admitir uma distribuição de circulação elíptica, a velocidade induzida (ω) é considerada constante ao longo de toda a envergadura da asa, como mostrado na equação 12. No entanto, como a asa possui formato trapezoidal, é esperada uma redução real da velocidade induzida à medida que aproxima-se das extremidades (capturada numericamente), e portanto uma redução do coeficiente de arrasto induzido quando comparado com aquele calculado analiticamente.

Dessa forma, é possível concluir que apesar dos diferenciais encontrados em situações de elevados ângulos de ataque, a determinação das características aerodinâmicas de uma asa, submetida a baixos ângulos de ataque e em escoamento incompressível, pode ser realizada através da metodologia analítica baseada na teoria da linha de sustentação de Prandtl, já que comprovadamente apresentou resultados próximos aos obtidos por meio do emprego de softwares de simulação numérica computacional nestas circunstâncias.

Considerando o grande tempo necessário para se realizarem as simulações numéricas, além de toda a capacidade de processamento envolvida, a metodologia analítica, salvo as exceções apresentadas, mostra-se uma ferramenta de pré-projeto robusta e relativamente barata, quando comparada com os métodos numéricos. No entanto, para

análises mais detalhadas, completas e com objetivo de refinamento do projeto, a ferramenta de análise de volumes finitos é indispensável.

6. REFERÊNCIAS

ANDERSON, J. D. **Computational fluid dynamics: Basics with applications**. New York: McGraw-Hill, 1995. 547 p.

ANDERSON, J.D. **Fundamentals of aerodynamics**. New York: McGraw-Hill, 1995. 892 p.

ANGELO, G., **Análise Numérica da Dinâmica do Escoamento em Circuitos de Circulação Natural**. 2013. 182 f. Tese (Doutorado em Ciências na Área de Tecnologia Nuclear – Reatores) INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES – IPEN. Universidade de São Paulo, São Paulo.

ÇENGEL, Y. A., CIMBALA, J. M. **Mecânica dos fluidos: fundamentos e aplicações**. São Paulo: McGraw-Hill, 2007. 816 p.

EMBRAER S.A. **Fundamentos de Aeronáutica**. São José dos Campos, 1991.

HOUGHTON, E.L., CARPENTER, P.W. **Aerodynamics for engineering students**. Burlington: BW, 2003. 590 p.

KUNDU, A. **Aircraft Design**. Cambridge: Queen's University Press, 2010. 648 p.

LAUNDER B., SPALDING D., **Lectures in mathematical models of turbulence**, 1972.

MCCORMICK, B. W. **Aerodynamics, aeronautics, and flight mechanics**. New York: Wiley, 1979. 672 p.

RAYMER, D. P. **Aircraft Design: A Conceptual Approach**. Washington D.C.: Amer Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. 745 p.

RODRIGUES, L. E. M. J. **Fundamentos da engenharia aeronáutica com aplicações ao projeto SAE-Aerodesign: Aerodinâmica e Desempenho**. Salto, 2014. 320 p.

PRASHANTH, T., SAMPATHKUMAR, S., HARSHITHA P. Aerodynamic CFD study of Clark Y airfoil. **International Journal of Engineering Research & Technology**, Volume 3 Issue 2, February - 2014.

STERN, F.; WILSON, R.; COLEMAN, H.; PATERSON, E. Comprehensive approach to verification and validation of CFD simulations - Part 1: Methodology and procedures. **Journal of Fluids Engineering**, v. 123, n. 4, p. 793-802, 2001a.

WILSON, R.; STERN, F.; COLEMAN, H.; PATERSON, E. Comprehensive approach to verification and validation of CFD simulations - Part 2: Application for RANS simulation of a cargo/container ship. **Journal of Fluids Engineering**, v. 123, N. 4, pp. 803-810, 2001b.

Contatos: vcurisanches@gmail.com e eangelo@mackenzie.br