

DESENVOLVENDO UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO INTERTEMPORAL PARA UM MELHOR PLANEJAMENTO FINANCEIRO AO LONGO DA VIDA PARA UM INDIVÍDUO OU UMA FAMÍLIA

Wesley Mendes Pimenta (IT) e Josilmar Cordendonssi Cia (Orientador)

Apoio: PIBITI Mackenzie

RESUMO

Este estudo busca desenvolver um simulador de uma carteira de investimentos de ações e ativos livre de risco, utilizando dados de entrada como riqueza inicial, idade atual do indivíduo, renda anual, consumo anual após a aposentadoria, entre outros, e retorna na saída o valor a ser poupado para atingir a herança, entre outras saídas, por meio de uma simulação de Monte Carlo, como também fornece várias métricas, com a finalidade de auxiliar as pessoas a como verificar se seu perfil de investimento e a carteira escolhida é a ideal para atingir os objetivos desejados, como também analisar como alterações nos inputs impactam nos outputs, por meio de uma análise de sensibilidade, que verificará cada alteração uma a uma. Em outras palavras, dado um perfil de investimento e seus retornos, a taxa de retorno das ações é simulada lognormalmente, por meio de um método conhecido como “processo de Wiener”, e de outros dados, se obtém diferentes resultados de saída, e se calculando a média e desvio padrão de todas as simulações, é verificado se é viável ou não. De forma geral, os resultados são exibidos em um relatório de sensibilidade, onde foi constatado principalmente que, o esforço para investir diminui conforme aumenta o tempo de serviço/sobrevida e/ou a taxa de retorno, entre outras constatações.

Palavras-chave: Simulador, investimento, aposentadoria.

ABSTRACT

This study seeks to develop a simulator of a risk-free portfolio of assets and assets, using input data such as initial wealth, current age of the individual, annual income, annual consumption after retirement, among others, and returns the value to be saved to achieve inheritance, among other outputs, through a Monte Carlo simulation, but also provides several metrics, to help people verify if their profile investment and the chosen portfolio is the ideal to achieve the desired objectives, as well as analyze how changes in the inputs impact on the outputs, through a sensitivity analysis, that will verify each change one by one. In other words, given an investment profile and its returns, the rate of return of stocks is simulated logically, by means of a method known as the "Wiener process", and other data, we obtain different output results, and calculating the mean and standard deviation of all simulations, it is verified whether it is feasible or not. In general, the results are shown in a sensitivity report, where it was mainly

found that the effort to invest decreases as the length of service / survival and / or the rate of return increases, among other findings.

Keywords: Simulator, investment, retirement.

1. INTRODUÇÃO

Segundo dados do último censo demográfico do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE 2010), nos últimos anos houve uma queda na taxa crescimento populacional, pois, ocorreu uma redução na taxa de natalidade. No decorrer do ano de 2001 a 2010 o crescimento médio foi de 1,2%, tendo uma queda de 0,4% comparado aos anos 90. Isso trouxe uma diminuição na população jovem, de 15 a 24 anos, tendo menos pessoas trabalhando e idosos vivendo mais tempo. A projeção para os próximos anos, segundo, mostra que a população entre 15 a 24 anos aumentou 1%, de 2011 a 2016.

Conforme projeções realizadas pelo IBGE em 2010, até 2060 teremos mais idosos do que jovens, provocando uma “inversão” na pirâmide etária brasileira. Em 2010, 11% da população possuía mais de 60 anos, aumentando para 33,7%, ao passo que a população economicamente ativa (PEA), entre 15 e 60 anos em 2010 caiu de 64,8%, para 53,4% dentro de cinquenta anos.

A escolha deste tema tem como base o risco de colapso da previdência social no futuro, por conta dos seguidos e crescentes déficits (há mais dinheiro saindo dos cofres públicos para pagar as aposentadorias do que arrecadação com INSS e FGTS), e na questão da cultura do brasileiro em não poupar dinheiro, onde a maioria das famílias se preocupam ‘com o que vai comer hoje, e não o que vai comer amanhã’ (Folha de São Paulo 2016).

Outro fator motivador é que a maioria dos brasileiros não possui conhecimento suficiente para investir, seja em uma simples caderneta de poupança, ou na complexidade do mercado de ações. Segundo dados da SPC Brasil, 62% da população não guarda dinheiro, e apenas 7% reservam um valor fixo por mês. Isso se dá, principalmente pela falta de contato teórico com a educação financeira. Outro dados levantado pelo SPC Brasil, é que se for levada em consideração somente as classes A e B, 58% poupam dinheiro, independentemente se a quantia for fixa ou não, enquanto as classes C, D e E, esse percentual é de 30% (Estadão 2017).

Além disso, a queda na taxa de juros (em termos reais), que a princípio é positivo para economia como um todo, mas irá requerer um esforço maior de poupança, pois será necessário poupar mais para se ter a mesma renda futura.

Tendo em vista que a reforma da previdência mudará todo um cenário de carreira profissional da população, e que será preciso trabalhar mais para poder usufruir do benefício da aposentadoria no futuro, este projeto busca instruir o leitor a buscar outras alternativas de

poupar dinheiro em fundos de investimentos que seu retorno seja igual ou maior a taxa de retorno do FGTS (Fundo de Garantia do Tempo de Serviço), e avaliar o desempenho dessas carteiras, através de um simulador no qual, dado o perfil da pessoa e as condições iniciais, trace caminhos que alinhe um menor esforço de poupança e minimize o tempo de trabalho necessário para se atingir uma meta de patrimônio no momento de se aposentar, e atinja um valor de herança desejado no final da sobrevida.

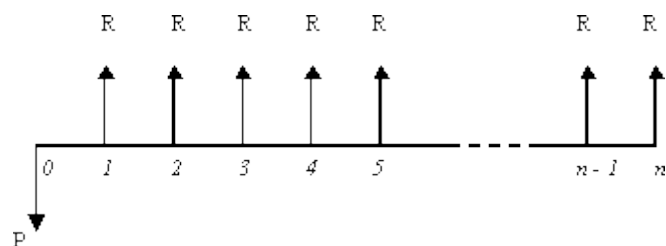
2. REFERENCIAL TEÓRICO

Fluxo de Caixa

Segundo Sobrinho (2014, p. 42), é definido como uma sucessão de recebimentos ou de pagamentos, em dinheiro, previstos para determinado período.

O mesmo possui como objetivo ilustrar os recebimentos e pagamentos futuros de uma aplicação, investimento etc. Segue abaixo um exemplo de fluxo de caixa.

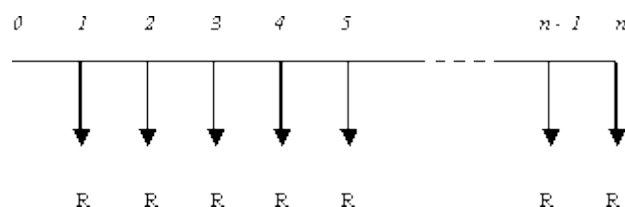
Imagem 1: Diagrama de Fluxo de Caixa (Somente Entradas)



Fonte: teleco.com

A imagem ilustra um fluxo que possui somente entradas de caixa, sendo no momento zero (início do fluxo), há uma saída. Há também fluxos que possuem somente saídas, e que há tanto entradas como saídas. A imagem abaixo mostra um diagrama que possui somente saídas.

Imagem 2: Diagrama de Fluxo de Caixa (Somente Saídas)



Fonte: teleco.com

Os dois fluxos podem ser descritos de outra maneira. O primeiro é sob a ótica do recebedor, e o segundo sob a ótica do devedor. Ou seja, as duas ilustrações podem se tratar de uma mesma aplicação.

Série de Pagamentos

A série de pagamentos é definida por Sobrinho (2014, p. 44), como uma sucessão de pagamentos e recebimentos $V_1, V_2, V_3 \dots V_n$, e com vencimentos sucessivos $t_1, t_2, t_3 \dots t_n$. Sobrinho também explica que há dois tipos de séries: As de pagamentos com termos vencidos, ou postecipados, e as séries com termos antecipados. Trabalharemos apenas com as séries postecipadas, com intervalos de tempo uniformes.

Série de Pagamentos Postecipados

Sobrinho (2014, p. 45), uma série postecipadas é definida como uma série de pagamentos, onde a primeira entrada/saída coincide com o final do primeiro período, e o último fluxo com o último período.

A fórmula que define o valor futuro de uma série de pagamentos é definida como:

Fórmula 1: Série de pagamentos

$$FV = PMT * \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Onde:

PMT : É o valor das prestações iguais e consecutivas, ou da entrada/saída de caixa;

i : Taxa de juros, que deve ser coerente com a unidade de tempo;

n : Tempo que a série terá, que deve ter a mesma unidade de tempo que a taxa.

Distribuição Normal

De acordo com Virgillito (2017, p. 164), uma distribuição de probabilidades é dita como normal se suas características forem as citadas a seguir:

- O ponto máximo de $f(x)$ é o ponto $\bar{x} = \mu$
- Os pontos de inflexão da função são $X = \mu - \sigma$ e $X = \mu + \sigma$
- A curva é simétrica em relação a μ (média)
- A variável aleatória X terá distribuição normal de probabilidades se sua função for definida por:

Fórmula 2: Função normal

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Distribuição Uniforme

Segundo Morettin (2013, p. 144) esse tipo de distribuição é a mais simples que há, pois, cada valor ocorre com a mesma probabilidade.

Ainda conforme Morettin (2013, p. 145), a distribuição uniforme possui como definição: A variável X , assumindo valores $X_1, X_2, \dots, X_n$, tem distribuição uniforme se, e somente se:

Fórmula 3: Definição da distribuição uniforme

$$P(X = X_i) = p(X_i) = p = \frac{1}{n}$$

Essa definição é aplicada a todo $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Distribuição de Poisson

Segundo Virgillito (2017, p. 159) a distribuição de Poisson, é aplicada na determinação de probabilidade de ocorrência de eventos raros.

Conforme Virgillito (2017, p. 159), nesses casos raros, não se pode utilizar o modelo binomial, pela falta clara do número de sucessos, como também há variáveis que condicionam a ocorrência do evento, como tempo e distância, por exemplo.

De acordo com Freund (2007, p. 201), quando n é grande e p é pequeno, as probabilidades binomiais costumam ser aproximadas por meio da fórmula:

Fórmula 4: Função de Poisson

$$f(x) = \frac{(\lambda)^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Para todo $x = 0, 1, 2, \dots, n$.

Essa fórmula possui como variáveis, conforme Freund (p. 159):

x : Número de eventos;

λ : média do evento procurado no período pesquisado.

Processo de Wiener

De acordo com Sousa Neto (2011, p. 62), o processo de Wiener, ou movimento browniano, como também é conhecido, é um processo estocástico pode ser usado para fabricar modelagens com muitas variáveis, que sofrem alterações quase ininterruptas. Por

exemplo: Se $z(t)$ for um processo de Wiener, então qualquer mudança em z , Δz , correspondente a um intervalo de tempo Δt , satisfaz as seguintes condições:

Fórmula 5: Condição do processo de Wiener

$$\Delta Z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

A variável ε é um 'ruído branco', ou seja, é uma variável aleatória com distribuição normal de média 0 e desvio padrão 1. Caso Δt se torne muito pequeno, pode-se representar o incremento de um processo vienense dz em tempo contínuo como:

Fórmula 6: Condição do processo de Wiener em tempo contínuo

$$dZ = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

Método de Monte Carlo

Conforme Benninga (2014, p. 655), o Método de Monte Carlo se refere a gerar uma distribuição de números aleatórios independentes entre si, que são usados para determinar valores de parâmetros. Esta metodologia pode ser utilizada em diversas áreas do conhecimento, como na física, engenharia, computação e, principalmente em finanças, foco desta pesquisa.

Tábuas de Mortalidade e Vida Provável

Conforme Azevedo (2008, p. 202) as tábuas de mortalidade revelam a quantidade de pessoas vivas anualmente em cada idade. Em outras palavras, trata-se de tábuas que são determinadas pelas taxas anuais de mortalidade ou de sobrevivência.

Essas tábuas são oriundas de experiências de seguradoras ou de dados de Censos – no Brasil, elaborados pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). (Azevedo, 2008).

De acordo com Azevedo (2008, p. 202) a coluna l_x na tábua de mortalidade, e refere a quantidade de pessoas vivas em cada idade.

Conforme Cordeiro (2009, p. 52), a vida provável é o tempo que deverá ocorrer para que a quantidade de indivíduos de uma mesma idade da tábua de mortalidade se reduza à metade devido aos falecimentos. Em outras palavras, seria o número de anos que faltam para que o grupo inicial l_x , se reduza para metade:

Fórmula 7: Função vida provável

$${}_nP_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{1}{2}$$

Sendo n o tempo de vida futura provável.

3. METODOLOGIA

Será desenvolvido um modelo de otimização intertemporal para avaliar o desempenho de carteiras de investimento voltadas para a aposentadoria, se dispondo de vários parâmetros, como renda do contribuinte, tempo de serviço, expectativa de vida, grau de sobrevivência, utilidade esperada da riqueza poupada, grau de aversão ao risco, gasto e poupança corrente e o retorno esperado dos ativos financeiros, como também como o comportamento de consumo influencia os investimentos a longo prazo. Essa metodologia será desenvolvida em Excel VBA.

Primeiramente, a função objetivo é a de atingir um valor ideal de poupança, que atingirá o valor de herança desejado no futuro.

Fórmula 8: Função objetivo

$$S = \{H - [W_0 * (1 + i)^{tn}]\} * \frac{i}{(1 + i)^{ts}}$$

Onde:

- ✓ H : É o valor de herança desejada pelo investidor antes da simulação;
- ✓ S : É o valor que deve ser poupado anualmente para atingir o valor de herança;
- ✓ i : É a taxa de retorno da carteira de investimentos anual;
- ✓ tn : É o tempo de serviço do indivíduo, em anos;
- ✓ ts : É o tempo de sobrevivência do indivíduo, em anos.

Essa função objetivo possui como primeira restrição a própria renda do investidor, onde que o valor poupado não poderá ser maior que seu ganho anual. Em outras palavras, a renda é simplesmente constituída pela soma do consumo com a poupança:

Fórmula 9: Primeira restrição

$$Y = S + C$$

Caso a poupança ou consumo for maior que a renda haverá despoupança (S ou $C > Y$).

A segunda restrição está ligada pela primeira através da poupança, que impacta a acumulação de riqueza (W) juntamente com a taxa de retorno dos ativos da carteira (r):

Fórmula 10: Segunda restrição

$$W_t = (e^{r_t \Delta t}) W_{t-1} + S_t$$

A taxa de retorno, por sua vez, será tratada como uma variável aleatória que segue um movimento estocástico browniano com tendência (μ):

Fórmula 11: Terceira restrição

$$r_t = \mu + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

Onde σ é a volatilidade anual do retorno da carteira e ε é um “ruído branco”, isto é, tem uma distribuição normal com média zero e desvio padrão igual a 1.

O simulador possui o seguinte esquema de input/output, como segue abaixo (os inputs estão destacados em amarelo):

Imagem 3: Inputs do Simulador

Carteira X			% Ativo de Risco	50,00%
	Anual		% Ativo livre Risco	50,00%
Variância	0,1600		Renda	45.000,00
Ret. Livre Risco	12,00%		% Consumo Médio	35,00%
Volat.	40,00%		% Desv Pad Consumo	5,00%
Ret. Esp.	15,00%		Riqueza Inicial	10.000,00
Coef.	0,38		Consumo	15.750,00
	Riqueza	Herança	Poupança	29.250,00
Média	2.656.250,51	22.799.294,79	Cons. Pós-Aposent.	45.000,00
Desv. Pad	2.581.145,43	50.270.512,80	Idade Inicial	20
p($\geq$ esp.)	0,000%	66,772%	Idade Aposentadoria	50
p(<esp.)	100,000%	33,228%	Tempo Serviço	30
p(<0)	0,000%	0,000%	Tempo Sobrevida	30
			Expectativa de Vida	80
Feedback	Rever	Investimento	Delta_t serv.	0,033333333
	parâmetros	Ótimo!	Delta_t sobrev.	0,033333333
			Prob. Desemprego	12,50%
			Grau Aversão (-7 a 7)	-5
Moda	1.494.122,26	7.043.499,43	Riqueza (55,00%)	32.399.801.664,52
Frequência	328	449	Herança	1.000.000,00

Fonte: O autor (2018)

Antes de rodar, é definido alguns *inputs* intermediários. Como a expectativa de vida, que é calculada pela função VIDAPROVAVEL (essa função possui apenas um argumento, que é a idade inicial de investimento), que carrega uma *array* com os coeficientes da coluna l_x , da tábua de mortalidade CSO-41, e, por meio do código explícito na imagem 4, verifica qual o valor correspondente de l_x que corresponde ao resultado da fórmula ${}_n P_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{1}{2}$, verifica quantos anos que o indivíduo irá viver.

Imagem 4: Função VIDAPROVAVEL

```

Dim arrTemp(1 To 112) As Double
Dim intPosicao As Integer
Dim dblVidaProvavel As Double
Dim dblCoefIdade As Double
dblCoefIdade = arrCSO41(Idade_Inicial - 1) / 2

For I = LBound(arrCSO41()) To UBound(arrCSO41())
    dblVidaProvavel = dblCoefIdade - arrCSO41(I)
    If dblVidaProvavel < 0 Then
        dblVidaProvavel = dblVidaProvavel * (-1)
        arrTemp(I) = dblVidaProvavel
    Else
        arrTemp(I) = dblVidaProvavel
    End If
Next I

k = arrTemp(1)
For j = LBound(arrTemp()) To UBound(arrTemp()) - 1
    Select Case k <= arrTemp(j + 1)
        Case True
            k = k
        Case False
            k = arrTemp(j + 1)
    End Select
Next j

intPosicao = WorksheetFunction.Match(k, arrTemp(), False)
VIDAPROVAVEL = intPosicao - Idade_Inicial

```

Fonte: O autor (2018)

Resumidamente, o código da imagem 4 trabalha com duas arrays (arrCSO41 e arrTemp). Enquanto a primeira armazena os coeficientes de l_x , a última guarda os valores positivos da função $\frac{l_{x-1}}{2}$. Após isso, é feita uma comparação entre os valores da array arrTemp, a fim de procurar o menor valor, e com isso, descobrir em qual linha o mesmo se encontra, que é a linha correspondente à expectativa de vida do usuário do simulador.

Quando todas as entradas são preenchidas, e o sistema é ativado, o simulador trabalha em duas projeções: A simulação de Monte Carlo em si, onde o mesmo roda 2000 vezes e estabelece uma média e desvio padrão desses resultados, e uma projeção unitária aleatória intertemporal, exibida em um gráfico de linha.

A simulação de Monte Carlo trata cada projeção da seguinte forma:

Inicialmente, é feita uma projeção estocástica da carteira, por meio do processo de Wiener. A função que retorna a taxa é:

Fórmula 12: Função de projeção estocástica

$$[%R_m * (R_m \Delta t + \sigma_m \varepsilon \sqrt{\Delta t})] + \%R_f * R_f$$

Resumidamente é calculada uma média ponderada dos retornos dos ativos, levando em conta a projeção browniana dos ativos de risco. Esse mesmo procedimento vale também para a projeção da herança.

A poupança é obtida por meio da função POUPANCA_TS, que funciona conforme os procedimentos contidos na imagem 4:

Imagem 5: Função POUPANCA_TS

```
Function POUPANCA_TS(Riqueza_Inicial, Tempo_Servico, Tempo_Sobrevida, Consumo_Aposentadoria, Heranca, Taxa_Retorno)

    Dim t As Integer
    Dim coef As Double
    Dim fac_inv As Double

    coef = (1 + Taxa_Retorno) ^ Tempo_Servico
    fac = (coef - 1) / (Taxa_Retorno)

    For t = Tempo_Sobrevida - 1 To 0 Step -1
        Heranca = (Heranca + Consumo_Aposentadoria) / (1 + Taxa_Retorno)
    Next

    POUPANCA_TS = (Heranca - (Riqueza_Inicial * coef)) * (1 / fac)

End Function
```

Fonte: O autor (2018)

A função acima encontra o valor da riqueza ao se aposentar por meio da herança, por um processo contrário ao realizado pela função Herança (explicada adiante), atribuindo o consumo, ao invés de tirá-lo. Após esse processo, é subtraído o valor de riqueza inicial atualizado, e o valor da poupança é isolado da função $FV = PMT * \frac{(1+i)^n - 1}{i}$, onde PMT se refere à poupança.

Após isso, é calculado o valor de riqueza ao se aposentar, por meio de uma função que, além de considerar a variação do retorno da carteira, considera também o risco de desemprego, por meio de um processo dentro da função VBA que utiliza de uma distribuição de Poisson. Primeiramente é calculada a probabilidade de ficar desempregado durante o tempo de serviço. Isso se faz por meio da função Excel DIST.POISSON. Após descobrir a chance de desemprego, o procedimento abaixo simulará quando haverá ou não a despoupança:

Imagem 6: Função RIQUEZA_POISSON

```

Function RIQUEZA_POISSON(W0, S, Cw, Tempo_Servico, Ri, pP)

    t = Tempo_Servico

    coef = (1 + Ri) ^ 1
    fac = (coef - 1) / (Ri)

    W = (W0 * coef) + (S * fac)

    For I = 2 To t
        Select Case Rnd() <= pP
            Case True
                W = (W * coef) + ((-Cw) * fac)
            Case False
                W = (W * coef) + (S * fac)
        End Select
    Next I

    RIQUEZA_POISSON = W

End Function

```

Fonte: O autor (2018)

Esse loop gera a cada I vez um número aleatório, e o compara à porcentagem encontrada (variável "pP"). Se caso esse número seja menor, é descontado o valor referente ao consumo anual do investimento. Caso contrário, é acrescentado o valor poupado.

Para calcular a herança, foi desenvolvida uma "função loopeana", isto é, uma função que é calculada por meio de um laço de repetição. Segue a função abaixo:

Imagem 7: Função Herança

```

Function Heranca(nSobrevida, RiquezaPreAposentadoria, ConsumoAnual, TaxaRetorno)

    Dim t, r, C, W
    C = ConsumoAnual
    r = TaxaRetorno
    W = RiquezaPreAposentadoria
    For t = nSobrevida - 1 To 0 Step -1
        W = (W * (1 + r)) - C
    Next
    Heranca = W

End Function

```

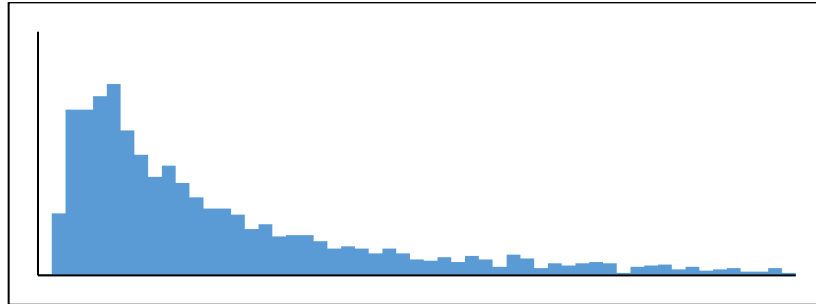
Fonte: O autor (2018)

Essa função atribui à riqueza a remuneração anual da carteira, e subtrai o valor consumido anualmente a cada repetição. Ao final do loop sobrá um valor residual, que corresponde à herança.

Após esses processos se repetirem 2000 vezes, e extraído a média e desvio padrão desses resultados, é analisado quantos *outputs* estão acima da média, e retorna se o investimento é viável ou não.

Há também outras saídas para análise, como um valor de poupança ideal, levando em consideração o grau de aversão ao risco do investidor, taxa efetiva do investimento, retorno líquido de IR da carteira e os histogramas de riqueza e herança da simulação, como o exemplo abaixo:

Gráfico 1: Histograma Riqueza

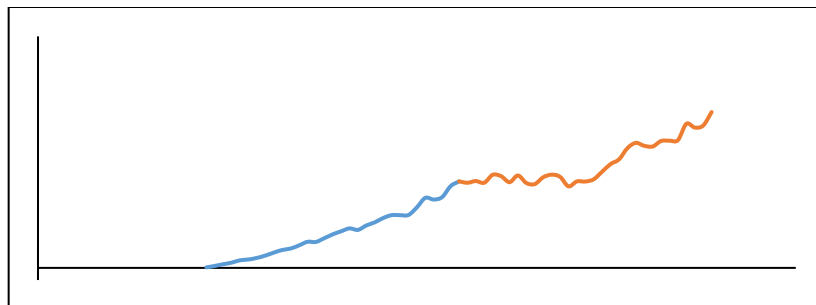


Fonte: O autor (2018)

Em outra planilha, é feita a projeção de um exemplo, apenas para o usuário analisar como é trabalhada cada simulação.

Como saída é exibido apenas um gráfico que mostra a evolução intertemporal do investimento, como segue abaixo:

Gráfico 2: Projeção intertemporal de riqueza e herança



Fonte: O autor (2018)

A linha azul no gráfico representa o tempo de serviço, ao passo que a linha laranja corresponde ao tempo de sobrevivência.

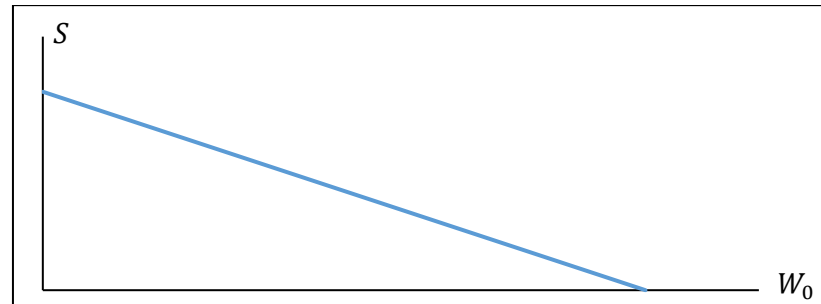
4. RESULTADO E DISCUSSÃO

Após alguns testes e análises de sensibilidade com algumas variáveis, foram notadas algumas propriedades.

A primeira delas é com a variação da riqueza inicial, onde foi percebido que quanto maior for o capital investido no início do período, menor será o esforço de investimento do

indivíduo, isto é, menor será o valor poupado. A relação riqueza inicial / poupança é melhor visualizada no gráfico 3:

Gráfico 3: Sensibilidade riqueza inicial / poupança

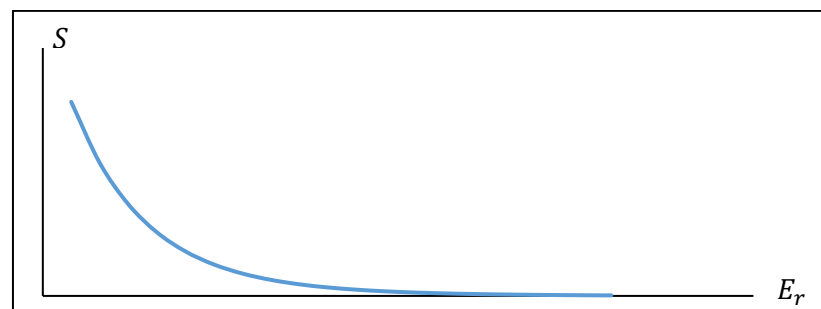


Fonte: O autor (2018)

O ponto onde a reta cruza a abcissa, é onde o valor de poupança é o ideal para quem for investir sem capital inicial, e o ponto de intercepto na ordenada, é o valor necessário de W_0 em que não se faz necessário poupar periodicamente.

Outra propriedade encontrada é da relação entre o retorno da carteira e a poupança. Como na análise anterior, quanto maior for a taxa, menor o valor da poupança. A diferença, é que em W_0 , a relação é linear, ao passo que em E_r é exponencial:

Gráfico 4: Sensibilidade taxa de retorno / poupança



Fonte: O autor (2018)

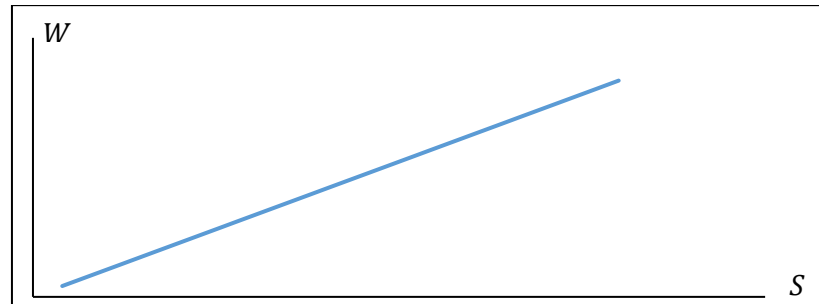
Essa relação do gráfico 4 serve também para explicar a relação de tempo de serviço e poupança.

Logicamente, foi percebido que quanto maior o tempo de serviço, menor é o valor poupado. Também é possível interpretar essa relação como um rateio maior do valor de poupança acumulado durante o investimento. Quanto ao consumo durante a aposentadoria, nota-se que quanto maior o valor de consumo, maior será as economias antes da sobrevida.

Até aqui foram descritas relações entre algumas variáveis com a poupança. Há outras duas relações, que interagem com a variável riqueza.

A primeira delas é a própria poupança. Foi percebido que quanto maior for as economias, maior será o montante ao se aposentar.

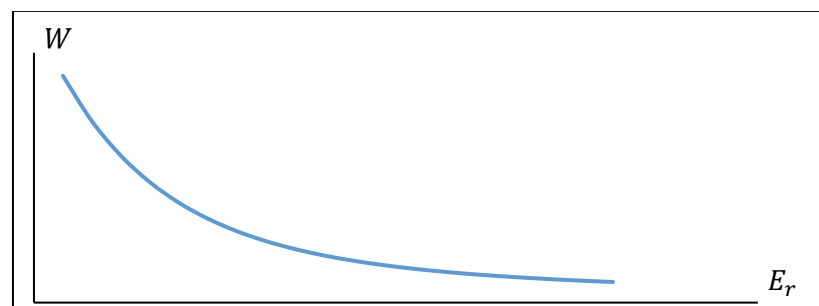
Gráfico 5: Sensibilidade poupança / riqueza



Fonte: O autor (2018)

A segunda é a taxa de retorno, que interage exponencialmente com a riqueza. Quanto maior o retorno, menor é o montante. Isso se dá, pois, se os rendimentos forem baixos, será necessário arrecadar mais para atingir a herança necessária. Se o retorno for alto, o indivíduo poderá poupar menos, fazendo que o capital ao se aposentar seja menor, como também o mesmo poderá viver somente do retorno da carteira durante a sobrevida, e em alguns casos pode sobrar para enriquecer o investimento.

Gráfico 6: Sensibilidade taxa de retorno / riqueza



Fonte: O autor (2018)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conclui-se que com o desenvolvimento do simulador, foi analisado como funciona uma carteira de investimentos intertemporal, e analisado também suas variações e como as incertezas sobre os dados contribuem para o desempenho dos ativos e do montante investido. Foi analisada várias propriedades e como algumas variáveis afetam as outras, e como isso pode interferir no perfil do investidor.

Foram vistas algumas limitações em relação ao simulador, como a falta de desenvolvimento de uma carteira de ações, ou seja, o programa aceita apenas a taxa de

retorno ponderada dos ativos de risco. Outra limitação é a falta de um sistema que ajusta o valor de poupança ou taxa de retorno da carteira, caso seja necessário.

Como sugestão para continuidade desta pesquisa, seria interessante desenvolver um simulador de carteira de ativos de risco, por meio do Método de Monte Carlo, como também o sistema de otimização da poupança e/ou taxa de retorno, via solver, multiplicador de Lagrange, ou outra ferramenta de pesquisa operacional. Outro caminho para continuidade deste estudo seria desenvolver esse mesmo simulador, para uma plataforma que atingirá o maior número de pessoas na sociedade, como por exemplo um aplicativo para *smartphone*. Para tal objetivo, esse trabalho poderá ser desenvolvido em linguagem *Phyton*, onde a mesma é de fácil aprendizado, bem como a facilidade de desenvolvimento multi-plataforma.

6. REFERÊNCIAS

62% dos brasileiros não guardam dinheiro, diz pesquisa do SPC – Economia – Estadão. Disponível em: < <https://economia.estadao.com.br/noticias/geral,62-dos-brasileiros-nao-guardam-dinheiro-diz-pesquisa-do-spc,70001673835>>. Acesso em 30 jul. 2018.

AZEVEDO, Gustavo H. W. de. Seguros, matemática atuarial e financeira. São Paulo: Saraiva, 2008.

BENNINGA, Simon. Financial Modeling. 3. Ed. Massachusetts: The MIT Press, 2008.

CORDEIRO FILHO, Antônio. Cálculo atuarial aplicado: teoria e aplicações: exercícios resolvidos e propostos. São Paulo: Atlas, 2009.

FORTUNA, Eduardo. Mercado Financeiro: Produtos e Serviços – 18ª ed. rev. E atual. – Rio de Janeiro: Qualitymark, 2011.

FREUND, John E. Estatística aplicada: economia, administração e contabilidade. 11. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.

MORETTIN, Pedro Alberto; BUSSAB, Wilton O. Estatística Básica. 8. Ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

SOBRINHO, José Dutra Vieira. Matemática Financeira. 7. Ed. 15. reimpr. São Paulo: Atlas, 2014.

SOUSA NETO, José Antônio de. Finanças corporativas na prática: ferramentas gerenciais – Rio de Janeiro: Elsevier; Belo Horizonte, MG: Fundação Dom Cabral, 2011.

VIRGILLITO, Salvatore Benito. Estatística aplicada. 1. Ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

Contatos: wesley.pimenta@mackenzista.com.br e josilmar@mackenzie.br